고지우의 난문현답

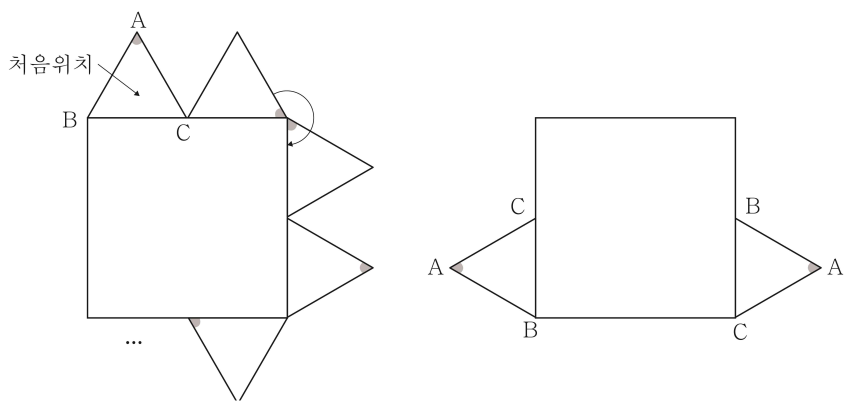
제 1 일

1. 2007년 6월 평가원
2. 2008년 10월 교육청
3. 2017년 9월 평가원
4. 2011년 9월 평가원
5. 2007년 7월 교육청
6. 2015년 7월 교육청
7. 2009년 6월 평가원
8. 2009년 경찰대
9. 2014년 경찰대
10. 2015년 9월 교육청

[2007년 6월 평가원]

1. 한 변의 길이가 2인 정사각형과 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. [그림 1]j과 같이 정사각형 둘레를 따라 시계 방향으로 정삼각형 ABC를 회전시킨다. 정삼각형 ABC가 처음 위치에서 출발한 후 정사각형 둘레를 n바퀴 도는 동안, 변 BC 가 정사각형의 변 위에 놓이는 횟수를 a_n이라 하자.

예를 들어 $n=1$일 때, [그림2] 와 같이 변 BC가 2회 놓이므로 $a_1=2$이다. 이때 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{3n-2}}{n}$의 값은? [4점]



① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

[2008년 10월 교육청]

2. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$에 대하여 [보기]에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

ㄱ. $f(x)=x^2$이면 $\lim_{h\to 0}\lvert f(2+h)-f(2-h)\rvert=0$이다.
ㄴ. $f(x)=[x]$이면 $\lim_{h\to 0}\lvert f(2+h)-f(2-h)\rvert=1$이다,
ㄷ. $\lim_{h\to 0}\lvert f(2+h)-f(2-h)\rvert=0$이면 $f(x)$는 $x=2$에서 연속이다.

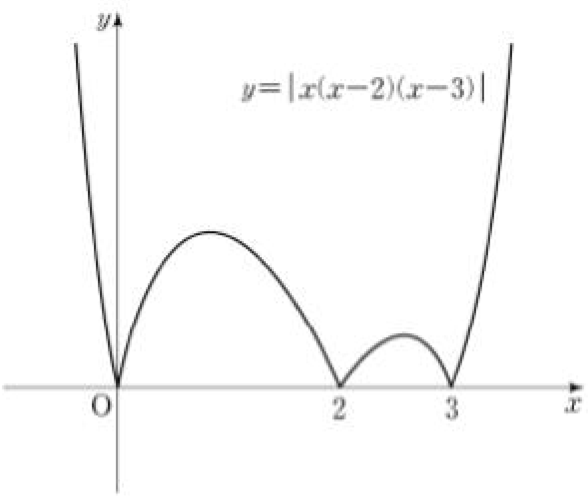
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2017년 9월 평가원]

3. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

> (가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다.
> (나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



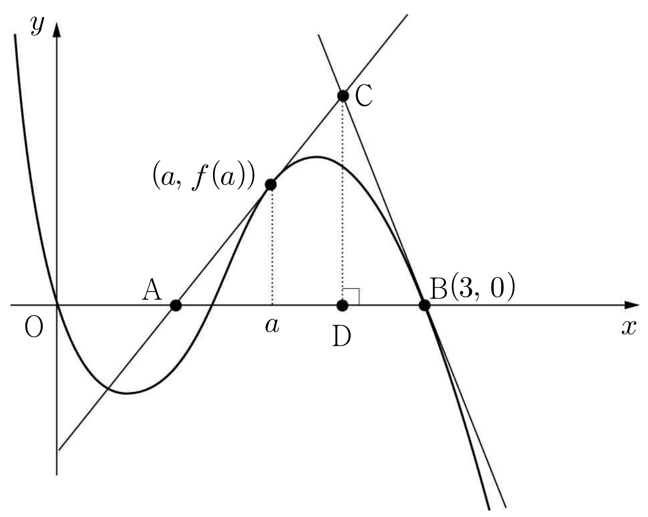
[2011년 9월 평가원]

4. 함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2\,(a>0)$과 실수 t에 대하여 $x \le t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능 하도록 하는 a의 최댓값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[2007년 7월 교육청]

5. 그림과 같이 삼차함수 $f(x)=-x^3+4x^2-3x$의 그래프 위의 점 $(a, f(a))$에서 기울기가 양의 값인 접선을 그어 x축과 만나는 점을 A, 점 B$(3, 0)$에서 접선을 그어 두 접선이 만나는 점을 C, 점 C에서 x축에 수선을 그어 만나는 점을 D라 하고 $\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{DB}}=3:1$일 때, a의 값들의 곱은? [4점]



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1

④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

[2015년 7월 교육청]

6. 검은 바둑돌 ● 과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타낼 수 있는 유형은 다음과 같이 4가지이다.

	●●	●○	○●	○○
	< A형 >	< B형 >	< C형 >	< D형 >

예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래과 같이 5이다.

●●○○●●

○●●●○○

○○●●●○

●●●○○●

●○○●●●

10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 구하시오.
(단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.)
[4점]

[2009년 6월 평가원]

7. A, B 두 사람이 하루에 한 번씩 탁구 경기를 하기로 하였다. 첫 경기부터 A가 이긴 횟수가 B가 이긴 횟수보다 항상 많거나 같도록 유지되면서 경기가 진행될 때, 처음 7일 동안 경기를 치른 결과, A가 네 번 이기고 B가 세 번 이기는 경우의 수를 구하시오. [4점]

[2009년 경찰대]

8. 10보다 큰 자연수 n에 대하여 집합 $\{1, 2, 3, \cdots, n\}$의 두 부분집합 X와 Y를 택할 때, $n(\mathrm{X} \cap \mathrm{Y})=1$인 경우의 수는? (단, $n(\mathrm{A})$는 집합 A의 원소의 개수)

① $\sum_{k=1}^{n} {}_{n}\mathrm{C}_{k} 2^{n-k}$

② $\sum_{k=1}^{n} {}_{n}\mathrm{C}_{k} 2^{n-k-1}$

③ $\sum_{k=1}^{n} n \cdot {}_{n}\mathrm{C}_{k} 2^{n-k}$

④ $\sum_{k=1}^{n} k \cdot {}_{n}\mathrm{C}_{k} 2^{n-k-1}$

⑤ $\sum_{k=1}^{n} k \cdot {}_{n}\mathrm{C}_{k} 2^{n-k}$

[2014년 경찰대]

9. 학생 110명이 국어, 영어, 수학 시험을 보는데, 국어를 합격한 사람은 92명, 영어를 합격한 사람은 75명, 수학을 합격한 사람은 63명이고, 국어와 영어를 모두 합격한 사람은 65명, 국어와 수학을 모두 합격한 사람은 54명, 영어와 수학을 모두 합격한 사람은 48명이다. 세 과목 모두 합격한 학생 수의 최솟값은?

① 36　② 37　③ 38　④ 39　⑤ 40

[2015년 9월 교육청]

10. 두 실수 x, y에 대하여

$xy > 0,\ x + y = 3$

일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$의 최솟값은? [3점]

① 1　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{5}{3}$　④ 2　⑤ $\frac{7}{3}$

[정답]

1. ①
2. ②
3. ②
4. ①
5. ⑤
6. 45
7. 14
8. ⑤
9. ④
10. ②