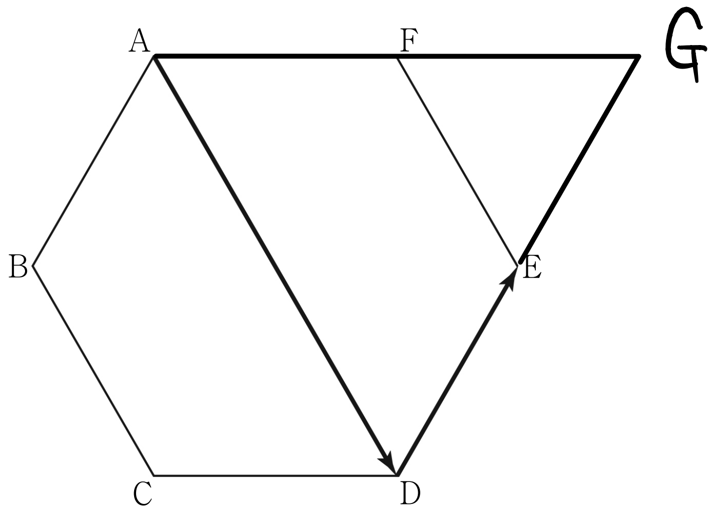
# 수학 영역(기하)



5지선다형

*23.* 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 $|\overrightarrow{\mathrm{AD}}+2\overrightarrow{\mathrm{DE}}|$의 값은? [2점]

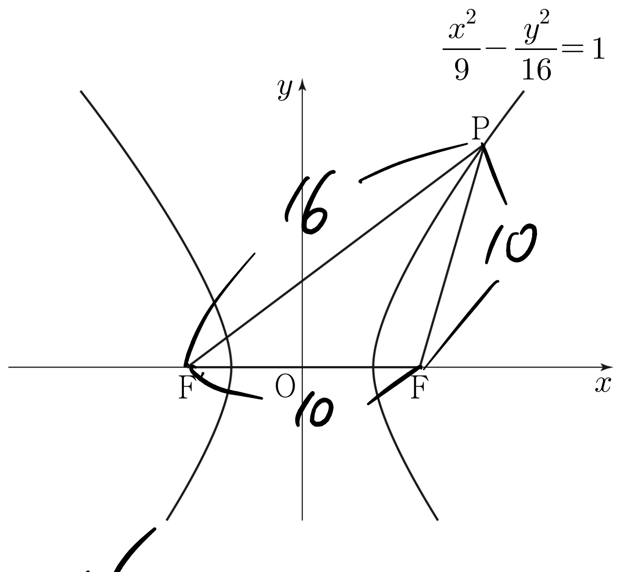



① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

$|\overrightarrow{\mathrm{AG}}| = 2$

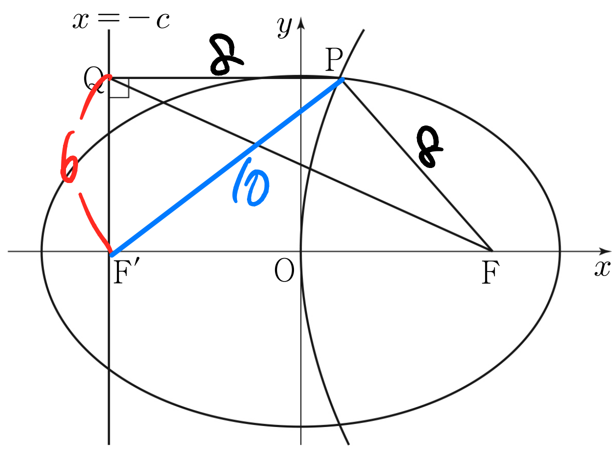
*24.* 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F'}(-c, 0)(c>0)$인 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$이 있다. 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{FP}}=\overline{\mathrm{FF'}}$일 때, 삼각형 PF′F의 둘레의 길이는? [3점]

주축 길이 6




① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

*25.* 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c,0)$, $\mathrm{F}'(-c,0)\,(c>0)$을 초점으로 하는 타원과 꼭짓점이 원점 O이고 점 F를 초점으로 하는 포물선이 있다. 타원과 포물선이 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P라 하고, 점 P에서 직선 $x=-c$에 내린 수선의 발을 Q라 하자. $\overline{\mathrm{FP}}=8$이고 삼각형 FPQ의 넓이가 24일 때, 타원의 장축의 길이는? [3점]




① 18　② 19　③ 20　④ 21　⑤ 22

*26.* $y$축 위의 점 A에서 타원 $C:\ \dfrac{x^2}{8}+y^2=1$에 그은 두 접선을 $l_1$, $l_2$라 하고, 두 직선 $l_1$, $l_2$가 타원 $C$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 두 직선 $l_1$, $l_2$가 서로 수직일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, 점 A의 $y$좌표는 1보다 크다.) [3점]

① 4　② $\dfrac{13}{3}$　③ $\dfrac{14}{3}$　④ 5　⑤ $\dfrac{16}{3}$

기울기 $\pm 1$

기울기 $m$인 접선의 방정식 세울까?

아니오. 두 점 P.Q 좌표를 찾아야 하는데 기울기 $m$인 접선 방정식 세우는 건 별로.

이렇게 좌표 잡으면 두 점 P.Q 접선 기울기 $\pm 1$ 나옴.

$P(8k.k)$　$Q(-8k.k)$

$\overline{PQ}=16k$ ?

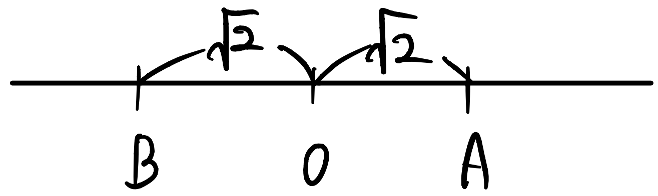
타원 방정식에 P 좌표 대입.

$8k^2+k^2=1 \longrightarrow k=\frac{1}{3}$, $16k=\frac{16}{3}$

① $\overline{OQ}=\overline{OF}=\overline{OF'}$
세 점 Q, F, F'은 O를 중심으로 하는 원 위의 점이다. $\overline{FF'}$이 원의 지름이므로 $\angle FQF' = 90°$ 이다.

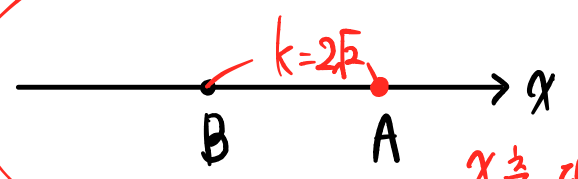
*27.* 쌍곡선 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$의 꼭짓점 중 $x$좌표가 양수인 점을 A라 하자. 이 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OP}|=k$를 만족시키는 점 P의 개수가 3일 때, 상수 $k$의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4




$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BO}$

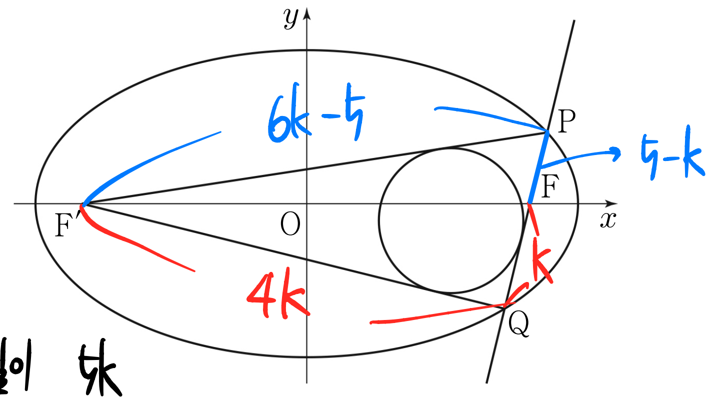
$|\overrightarrow{BP}| = k$ 를 만족시키는 점 P 3개




이쪽 어딘가에 2개 있음

$x$축 대칭이니까 홀수 개이려면 $P_3$는 $x$축 위의 점이다.

*28.* 그림과 같이 두 점 F$(c,\ 0)$, F$'(-c,\ 0)$을 초점으로 하는 타원이 있다. 타원 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 직선 PF가 타원과 만나는 점 중 점 P가 아닌 점을 Q라 하자. ① $\overline{OQ}=\overline{OF}$, $\overline{FQ}:\overline{F'Q}=1:4$이고 삼각형 PF'Q의 내접원의 반지름의 길이가 2일 때, 양수 $c$의 값은? (단, O는 원점이다.)
[4점]




장축 길이 $5k$

① $\frac{17}{3}$ ② $\frac{7\sqrt{17}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{17}}{2}$ ④ $\frac{51}{8}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{17}}{5}$

삼각형 PF'Q 넓이

- $\frac{1}{2} \times \overline{QF'} \times \overline{PQ} = \frac{1}{2} \times 4k \times \overline{PQ}$
- $\frac{1}{2} \times$ (삼각형 둘레 길이) $\times$ (내접원 반지름 길이) $= \frac{1}{2} \times 10k \times 2$

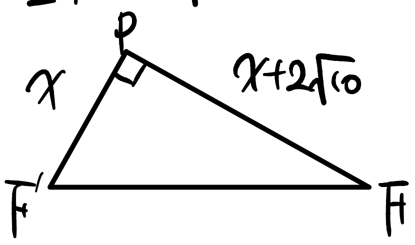
$\longrightarrow \boxed{\overline{PQ}=5}$

직각삼각형 PF'Q
$(6k-5)^2 = (4k)^2 + 5^2 \longrightarrow k=3$

직각삼각형 FF'Q $\longrightarrow \overline{FF'} = 2c = \sqrt{17} \times k = 3\sqrt{17}$

$\therefore c = \frac{3\sqrt{17}}{2}$

주축 길이 $2\sqrt{10}$




$x \times (x+2\sqrt{10}) = 30$

$\rightarrow x=\sqrt{10}$



단답형

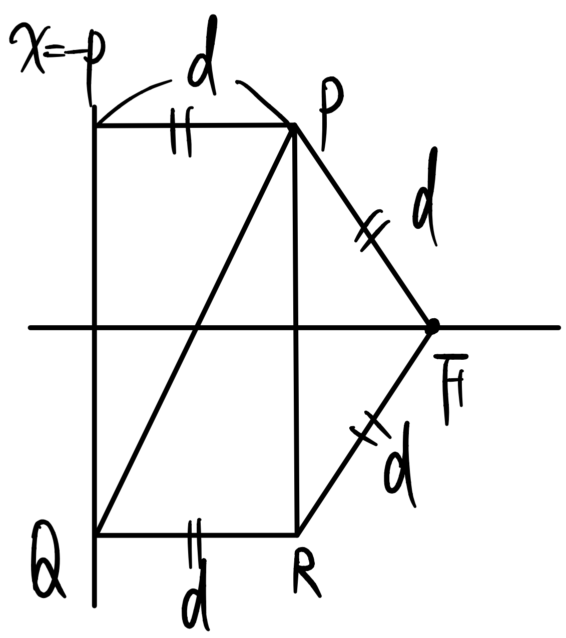
**29.** 초점이 F인 포물선 $y^2=4px\,(p>0)$에 대하여 이 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 직선 $x=-p$와 만나는 점을 Q라 하고, 점 Q를 지나고 직선 $x=-p$에 수직인 직선이 포물선과 만나는 점을 R라 하자.

$\angle PRQ=\frac{\pi}{2}$일 때, 사각형 PQRF의 둘레의 길이가 140이 되도록 하는 상수 $p$의 값을 구하시오. [4점]

직선 QR : $x$축과 평행

직선 PR : $y$축과 평행

두 점 P, R는 $x$축 대칭




√ 안 나오게 미지수 잡기

$P(pk^2, 2pk)$ $Q(-p, -2pk)$

P에서의 접선 $l$: $2pk\,y = 2p(x+pk^2)$이 Q 지남.

$\rightarrow -2pk^2 = -p + pk^2 \longrightarrow k = \frac{1}{\sqrt3}$

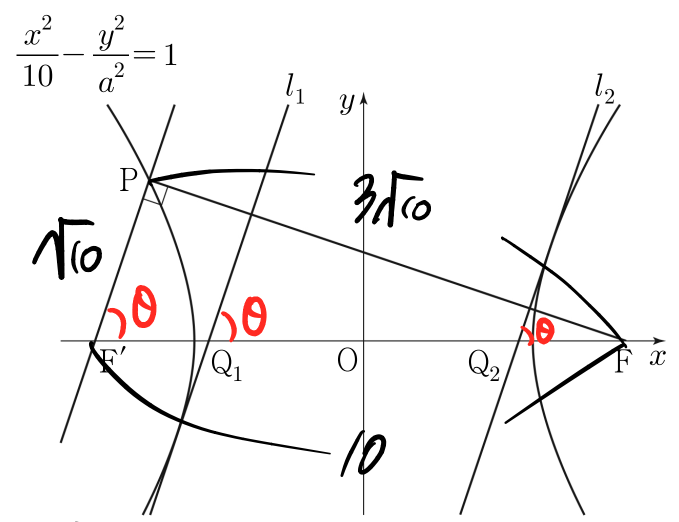
$d = p + pk^2 = \frac{4}{3}p$

$3d + \overline{PQ} = 140$

$\overline{PQ} = \frac{8}{3}p$ $\quad \therefore 4p + \frac{8}{3}p = 140$

$\frac{20}{3}p = 140 \rightarrow \boxed{p=21}$

**30.** 그림과 같이 두 점 F$(c, 0)$, F$'(-c, 0)\,(c>0)$을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{a^2}=1$이 있다. 쌍곡선 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 P에 대하여 삼각형 F$'$FP는 넓이가 15이고 $\angle$F$'$PF$=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형이다. 직선 PF$'$과 평행하고 쌍곡선에 접하는 두 직선을 각각 $l_1$, $l_2$라 하자. 두 직선 $l_1$, $l_2$가 $x$축과 만나는 점을 각각 Q$_1$, Q$_2$라 할 때, $\overline{Q_1Q_2}=\frac{q}{p}\sqrt3$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이고, $a$는 양수이다.) [4점]




$10 + a^2 = 5^2 \rightarrow a^2 = 15$

$\tan\theta = 3$, $l_1, l_2$ 기울기 3, Q는 접선의 $x$절편

기울기 $m$인 접선 $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2-b^2}$

$y = 3x \pm \sqrt{90-15}$

$y = 3x \pm 5\sqrt3$

$Q_1\left(-\frac{5\sqrt3}{3}, 0\right)$ $Q_2\left(\frac{5\sqrt3}{3}, 0\right)$

$\overline{Q_1Q_2} = \frac{10}{3}\sqrt3$ $\quad \boxed{13}$

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.