

제 2 교시

2023학년도 대학수학능력시험 대비 모의평가 1회 문제지

수학 영역

홀수형

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 성명 | | 수험 번호 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

- 자신이 선택한 유형의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

밝은 웃음에 소중한 우리의 꿈 이루어진다

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

한국교육과정평가원

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

2. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + x - 9$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 = 15$ 일 때, $a_2 + a_3$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

4. 상수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq a) \\ 3x & (x > a) \end{cases}$$

이다. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = 2$ 일 때, $f(2a)$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

5. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$na_n = a_{n+1} - 2n + 1$$

을 만족시킨다. $a_1 = \frac{1}{2}$ 일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

6. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 일 때, 두 부등식 $2\cos^2\theta - 3\sin\theta - 3 \geq 0$ 과

$\sin\theta \tan\theta \geq 0$ 을 동시에 만족시키는 θ 의 최솟값과 최댓값을

각각 α, β 라 하자. $\alpha + 3\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 4π ② 5π ③ 6π ④ 7π ⑤ 8π

7. 함수 $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\int_0^x f(t) dt = n$$

이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 자연수 n 의 개수는?

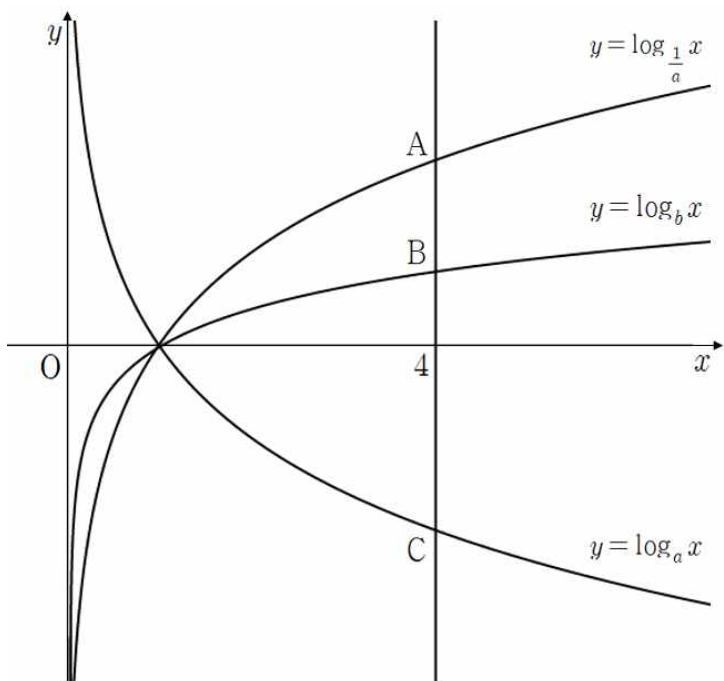
[3점]

- ① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

8. 곡선 $y = x^5 + 2$ 와 직선 $y = x + 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?
[3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

9. $0 < a < 1 < b$ 인 실수 a, b 에 대하여 그림과 같이 세 곡선 $y = \log_{\frac{1}{a}} x$, $y = \log_b x$, $y = \log_a x$ 가 직선 $x = 4$ 와 만나는 점을 각각 A, B, C라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 7$ 일 때, $\log_a b$ 의 값은? [4점]



- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{7}{4}$ ④ $-\frac{8}{5}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

10. 양수 k 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-k) = f(2k) = k$
(나) 함수 $f(x)$ 의 극댓값은 k 이다.

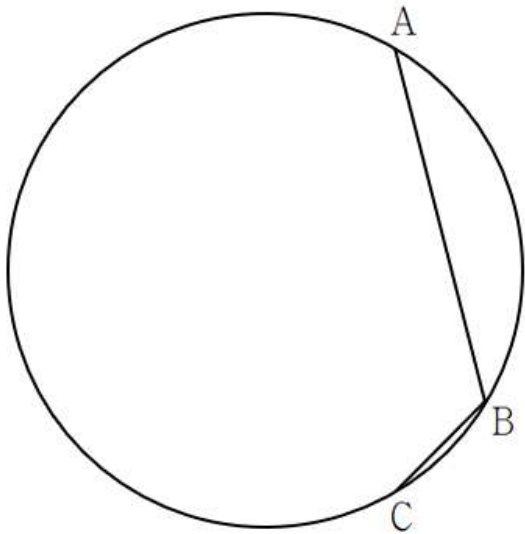
함수 $f(x)$ 의 극솟값의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{15}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{12}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 그림과 같이 반지름의 길이가 4인 원 위의 세 점 A, B, C에 대하여

$$\angle ABC = \frac{2}{3}\pi, \overline{AB} \times \overline{BC} = 12$$

일 때, $\overline{AB} + \overline{BC}$ 의 값은? [4점]



- ① $2\sqrt{14}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ 8 ④ $2\sqrt{17}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

12. 최고차항의 계수가 1이고 상수항수가 아닌 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)g(x)}{x^3} = 0$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g'(x)}{x} = 1$$

$f(1) + g'(2)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_2^x f(t)dt = \frac{x-2}{2} \{f(x)+f(2)\} \text{이다.}$$

(나) $\int_2^3 f(x)dx = \int_4^3 f(x)dx$

함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2f(x) & (x < 1) \\ 4x+a & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수 a 의 값은?

[4점]

- ① $-\frac{7}{3}$ ② -2 ③ $-\frac{5}{3}$ ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ -1

14. 좌표평면에서 두 곡선 $y=3^x$ 과 $y=8-2^{2-x}$ 이 만나는 두 점을 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

㉠. $y_1y_2 < 8$

㉡. $\log_3 6 < x_1 + x_2 < 3\log_3 2$

㉢. $(8-y_1)(8-y_2) > 2^{4-\log_3 6}$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

15. 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_6 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_n| \leq 2$ 이며

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n + 2 & (-2 \leq a_n < 0) \\ -2a_n + 2 & (0 \leq a_n \leq 2) \end{cases}$$

이다.

$\sum_{k=1}^m a_k > -200$ 이 되도록 하는 자연수 m 의 개수가 105일 때,

모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

단답형

16. 방정식 $\log_4(5x+6) = \log_2 x$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 $f'(x) = 3x+a$ 이고 $f(0) = f(2) = 2$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 > a_2, |a_4| = |a_6| = 2$$

를 만족시킬 때, $\left| \sum_{n=1}^{10} a_n \right|$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ 를 만족시키는 각 θ 에 대하여

방정식 $ax^2 - 2x + b = 0$ 의 두 근이 $\sin^2\theta, \cos^2\theta$ 일 때,

상수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2(a+b)x + ab$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x (x^n - t^n) f(t) dt \quad (n \text{ 은 자연수})$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.

(나) 방정식 $g'\left(\int_0^x f(t) dt\right) = 0$ 의 실근의 개수는 4이다.

$a \times b \times n$ 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

21. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 함수 $f(n)$ 을

$$f(n) = \sum_{i=1}^n \log a_i$$

라 하자. 모든 자연수 k 에 대하여 함수 $f(n)$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(2k+1) = 0$$

$$(나) f(2k) = \frac{k}{2}$$

$\frac{a_{40}}{a_{39}} = 10^{\frac{q}{p}}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 최고차항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$ 는 $f(2) = 0$,

$f(3) = -10$ 이다. 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = f(x) + |f(x)| - 1$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 α 에 대하여

$$\int_{\alpha}^{-1} g(x) dx \geq \alpha + 1 \text{이다.}$$

(나) 모든 실수 β 에 대하여

$$\int_{-2}^{\beta} g(x) dx < \int_{-3}^{\beta} g(x) dx \text{이다.}$$

$f(-1) < 0$ 일 때, $g(-4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+5n} - \sqrt{n^2+3n}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. $\int_e^{e^2} \frac{\log_x 2}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① e ② e^2 ③ 1 ④ $\ln 2$ ⑤ $(\ln 2)^2$

25. 점 $(0, -2)$ 에서 곡선 $y=x^2$ 에 그은 두 접선이 이루는 각을 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$) [3점]

- ① $-\frac{7}{9}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

26. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(a_n - 1) = 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1}) = \frac{3}{2}$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

27. 연속함수 $f(x)$ 와 $f(x)$ 의 한 부정적분 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1) = 3$

(나) $\int_0^1 x f(x+1) dx = 4$

$\int_1^2 \{g(x) - f(x)\} dx$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

28. 사차함수 $f(x)$ 가 극솟값을 가질 때, 함수

$$g(x) = \{f(x) - 2\}e^{f(x)}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$ 가 극값을 갖도록 하는 x 는 0, 2, α 뿐이며, 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) < M (M \leq 0)$ 이다.

$f(2) = M$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? (단, α 는 상수이다.) [4점]

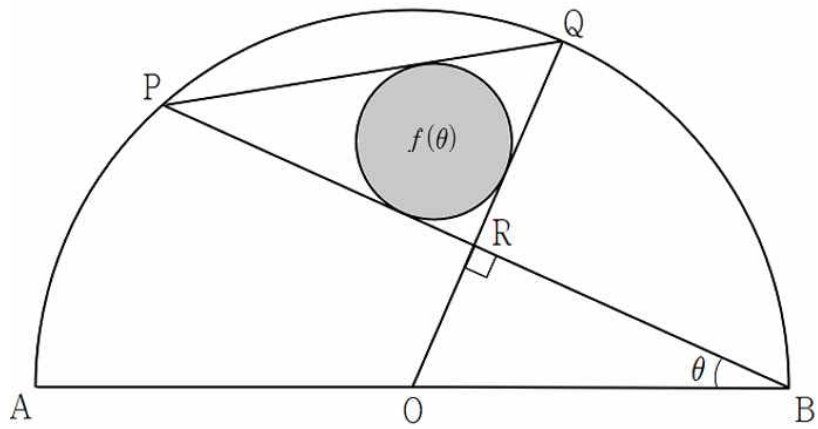
- ① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{7}{16}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle PBA = \theta$ 라 하고, 점 O를 지나고 선분 BP에 수직인 직선이 호 BP와 만나는 점을 Q, 선분 BP와 만나는 점을 R라 하자. 삼각형 PQR에 내접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{f(\theta)}{\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)^4} = \frac{q}{p}\pi \text{이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$e^{f(x)} + f(x) - 1 = x$$

를 만족시킬 때, $50 \times \int_0^e f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.