

Theme4. 역학적 에너지 보존

Chapter10. 역학적 에너지 보존

10.1 일 에너지 정리

알짜힘이 한 일은 운동에너지 변화량과 같습니다. 이를 '일에너지 정리'라고 부르며 다음과 같은 방법으로 유도합니다.

$$\text{등가속도 ③번 공식의 양변을 2로 나누면 } as = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$$

$$\text{위 식의 양변에 질량 } m \text{을 곱하면 } mas = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$mas = F_{\text{알짜}}s = W_{\text{합력}} \text{ 이므로 } W_{\text{합력}} = \Delta E_k \text{ 이다.}$$

10.1 일 에너지 정리 확장

그리고 이를 확장하면 다음과 같은 정리들을 얻어낼 수 있습니다.

$$W_{\text{합력}} = \Delta E_k$$

$$W_{\text{보존력}} = -\Delta E_p$$

$$W_{\text{비보존력}} = \Delta E_{\text{역}}$$

① 보존력: 작용 전후에 역학적 에너지가 보존되는 힘
예) 중력, 탄성력, 전기력 등

② 비보존력: 작용 전후에 역학적 에너지가 보존되지 않는 힘
예) 장력, 마찰력, 저항력 등 외력

문제 풀이를 주요하게 살펴 볼 예정이므로, 보존력과 비보존력에 대한 구체적인 설명은 생략하겠습니다.

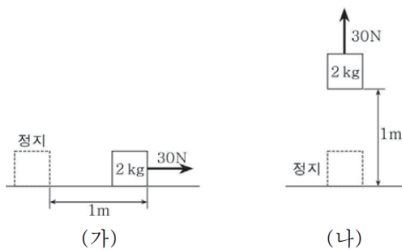
Theme4. 역학적 에너지 보존

Chapter10. 역학적 에너지 보존

10.2 일 에너지 정리 확장

<예제1>

그림 (가)와 (나)는 수평면에 정지해 있던 질량 2 kg인 물체에 각각 수평 방향과 연직 방향으로 30 N의 힘이 작용하여 물체가 이동한 모습을 나타낸 것이다.



정지해 있던 물체가 1 m 이동할 때까지에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 10 m/s^2 이고, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

<보 기>

- ㄱ. (가)에서 물체가 받은 일은 30 J이다.
 ㄴ. (나)에서 물체의 운동 에너지는 10 J 증가한다.
 ㄷ. (가)와 (나)에서 물체의 역학적 에너지 변화량은 같다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

(가)

30N은 외력이기도 하지만 합력이기도 합니다.

따라서

<외력이 해준 일> = <합력이 해준 일> = 30J입니다.

힘의 방향과 이동 방향이 같을 때 에너지는 증가하는데,

외력이 해준 일은 역학적 에너지를, 합력이 해준 일은 운동 에너지를 변화시키므로 역학적 에너지가 30J 증가하였고 이 에너지는 분배가 모두 운동에너지로 된 것입니다.

(나)

여기에서는 외력이 30N, 중력이 10N이므로 합력은 20N입니다.

따라서 <외력이 해준 일> = +30J입니다.

그리고

<중력이 해준 일> = -20J

<합력이 해준 일> = +10J이므로

역학적 에너지가 30J 증가하고 이는 운동에너지와 중력 퍼텐셜 에너지에 각각 10J, 20J씩 분배되었다고 생각하시면 됩니다.

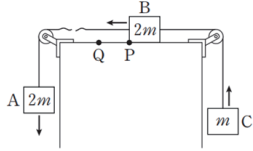
이 관계를 알고 있다면 식을 쓰지 않고도 수월하게 풀 수 있는 문제가 많습니다.

Theme4. 역학적 에너지 보존

Chapter10. 역학적 에너지 보존 <연습 문제>

[2017학년도 모평]

1. 그림은 질량이 각각 $2m$, $2m$, m 인 물체 A, B, C가 실로 연결된 채 운동을 하다가 A와 B를 연결하고 있던 실이 끊어진 후 A, B, C가 등가속도 운동을 하고 있는 것을 나타낸 것이다.



B가 점 P에서 점 Q까지 이동하는 동안, 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

<보기>

- ㄱ. 가속도의 크기는 A가 B의 2배이다.
- ㄴ. C의 역학적 에너지는 증가한다.
- ㄷ. B의 운동 에너지 감소량은 C의 중력에 의한 퍼텐셜 에너지 증가량과 같다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[solution]

ㄱ. 3배이므로 거짓.

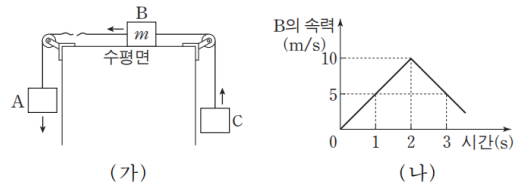
ㄴ. C의 역학적 에너지 변화량 = 외력이 해준 일
C에게 외력은 장력인데, 장력의 방향과 C의 이동방향이 같으므로 C의 역학적 에너지는 증가합니다. 따라서 ㄴ은 참.

★ㄷ. B+C계의 역학적 에너지는 보존됩니다.
증가하는 에너지는 C의 중력 퍼텐셜 에너지
감소하는 에너지는 B와 C의 운동에너지이므로
B의 운동에너지 증가량의 3/2배를 해야 C의 중력에 의한 퍼텐셜 에너지 증가량과 같아지게 됩니다.
따라서 ㄷ은 거짓.

답: ②

[2017학년도 수능]

2. 그림 (가)는 0초일 때 정지해 있던 물체 A, B, C가 실로 연결된 채 등가속도 운동을 하다가 2초일 때 A와 B를 연결하고 있던 실이 끊어진 후 A, B, C가 등가속도 운동을 하고 있는 것을, (나)는 시간에 따른 B의 속력을 나타낸 것이다. 질량은 A가 C보다 크고, B의 질량은 m 이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 10m/s^2 이고, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

<보기>

- ㄱ. C의 운동 방향은 1초일 때와 3초일 때가 서로 반대이다.
- ㄴ. 질량은 A가 C의 4배이다.
- ㄷ. C의 역학적 에너지는 3초일 때가 2초일 때보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

[solution]

ㄱ. 속력이 감소하더라도 운동 방향은 같습니다. (as if 브레이크를 밟아 속력이 감소하며 앞으로 나아가는 자동차)
따라서 ㄱ은 거짓.

ㄴ. 참.

★ㄷ. C는 2~3초동안 장력(외력)의 방향과 이동 방향이 같으므로 역학적 에너지는 증가합니다
따라서 ㄷ은 참.

답: ⑤

Theme4. 역학적 에너지 보존

Chapter10. 역학적 에너지 보존

10.3 역학적 에너지 보존 (증가량=감소량)

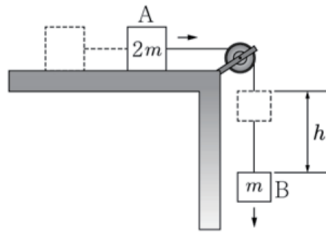
계(아래 그림과 같이 A와 B가 실에 연결된 상태)에서 외력이 작용하지 않는다면 계의 전체 역학적 에너지는 보존됩니다.

하지만 A와 B가 실에 연결되어 있다면 이 물체들은 실의 장력을 받으므로 A나 B 입장에서 외력에 의한 일을 받게 됩니다. 여기서 A와 B의 역학적 에너지는 변하지만, 전체 역학적 에너지는 보존되므로 전체 계에서 증가한 에너지와 감소한 에너지의 크기는 같아야 합니다.(에너지=운동 에너지 or 퍼텐셜 에너지)

아래 예제를 통해 학습해 보겠습니다.

<예제2>

그림과 같이 수평면에 있는 물체 A와 도르래 아래의 물체 B를 줄로 연결한 후 가만히 놓았더니, A와 B가 등가속도 운동을 한다. A, B의 질량은 각각 $2m$, m 이다.



B가 정지 상태에서 h 만큼 낙하한 순간 B의 운동 에너지는?
(단, 중력 가속도는 g 이며, 줄의 질량과 모든 마찰은 무시한다.)

[3점]

- ① $\frac{1}{3}mgh$ ② $\frac{1}{2}mgh$ ③ $\frac{2}{3}mgh$ ④ $\frac{3}{4}mgh$ ⑤ mgh

[상황 분석]

계를 한 덩어리로 묶어서 <전체>를 기준으로 본다면 계에는 중력만 작용하고 외력은 작용하지 않습니다. 따라서 운동하는 동안 계의 역학적 에너지는 유지됩니다.

(B의 중력 퍼텐셜이 감소하는 만큼 A와 B의 운동에너지가 모두 증가함으로써 계의 역학적 에너지는 항상 일정)

이제 물체 A와 B를 각각 살펴봅시다. A는 장력을 받으며 장력을 받는 방향으로 운동합니다. 이때 A에게 작용하는 장력은 A에게 외력이므로 A의 역학적 에너지는 증가합니다. 같은 실에 연결된 B또한 같은 크기의 장력을 받는다. 하지만 B의 운동 방향은 B가 받는 힘의 방향이 반대이므로 B의 역학적 에너지는 감소합니다.

이때 A와 B가 받은 장력의 크기와 이동거리가 같으므로, 역학적 에너지 증가량과 B의 역학적 에너지 감소량이 같습니다. 따라서 전체 역학적 에너지는 보존된다는 것을 알 수 있습니다.

[solution]

증 가 량 = 감 소 량
A운+B운 B퍼
mgh

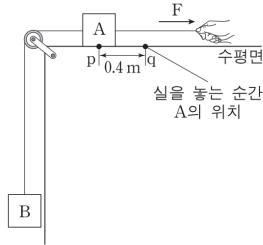
운동하는 동안 A와 B의 속력은 항상 같으니 운동 에너지는 질량과 비례한다.
따라서 B의 운동 에너지는 $mgh/3$ 이다.

Theme4. 역학적 에너지 보존

Chapter10. 역학적 에너지 보존 <연습 문제>

[2018학년도 수능]

3. 그림과 같이 물체 A에 수평 방향으로 10N의 힘 F가 작용하여 물체 A, B가 정지해 있다. 이 상태에서 F의 크기를 30N으로 하여 실을 당기다가 놓는다. A의 처음 위치 p와 실을 놓는 순간의 위치 q 사이의 거리는 0.4m이다. A가 p에서 q까지 운동하는 동안 B의 중력 퍼텐셜 에너지 증가량은 B의 운동 에너지 증가량의 2배이다.



A가 p를 다시 지나는 순간, A의 운동 에너지는? (단, 중력 가속도는 10m/s^2 이고, 실의 질량, 물체의 크기, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

- ① 4J ② 5J ③ 6J ④ 8J ⑤ 9J

[solution]

증가량 = 외력이 해준 일

$$B\text{퍼} + B\text{운} + A\text{운} = 12\text{J}$$

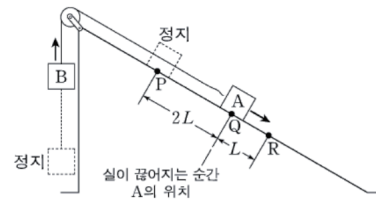
④J ②J ⑥J

질량비 $\therefore A$ 는 3kg.

답: ⑤

[2019학년도 모평]

4. 그림과 같이 물체 A, B를 실로 연결하고 빗면의 점 P에 A를 가만히 놓았더니 A, B가 함께 등가속도 운동을 하다가 A가 점 Q를 지나는 순간 실이 끊어졌다. 이후 A는 등가속도 직선 운동을 하여 점 R을 지난다. A가 P에서 Q까지 운동하는 동안, A의 운동 에너지 증가량은 B의 중력 퍼텐셜 에너지 증가량의 $\frac{4}{5}$ 배이고, A의 운동 에너지는 R에서 Q에서의 $\frac{9}{4}$ 배이다.



A, B의 질량을 각각 m_A, m_B 라 할 때, $\frac{m_A}{m_B}$ 는? (단, 물체의 크기, 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

[solution]

조건 [] 을 통해 A가 Q와 R에서 운동에너지를 각각 4E, 9E로 설정. (A가 Q~R에서 중력 퍼텐셜 에너지는 5E 감소하고 운동에너지 5E 증가)

조건 [] P~Q에서 A의 운동 에너지 증가량 4E, B의 중력 퍼텐셜 에너지 증가량의 크기 5E

(A가 Q~R에서 중력 퍼텐셜 에너지는 5E 감소하므로 P~Q에서는 10E 감소) (거리 두배이므로)

P~Q에서 <증가량=감소량>에 의해

증가량	=	감소량
A운+B운+B퍼		A퍼
4E+ +5E		10E

이므로 B의 운동에너지 증가량은 E

운동하는 동안 A와 B의 속력은 같으므로 A와 B의 질량비는 4:1

답: ②