초성민수학

확률과 통계 문항모음

<2017학년도 수능특강+수능완성+기출+알파>

확률과 통계 300제

[초성민수학] 확률과 통계 (수특+수완+기출+알파) 300제

[EBS 수능특강 확률과 통계 1단원 Lv.3 1번]

1. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to X$의 개수는? 1)

(가) $f(1) \neq f(2)$이고 $f(2) \neq f(3)$이다.
(나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

① 800 ② 810 ③ 820
④ 830 ⑤ 840

[EBS 수능특강 확률과 통계 1단원 Lv.3 4번]

2. 서로 다른 5가지 음식을 파는 식당이 있다. 갑이 이 식당에서 아침, 점심, 저녁에 각각 하나씩의 음식을 서로 다르게 주문하고 같은 날 을도 이 식당에서 아침, 점심, 저녁에 각각 하나씩의 음식을 서로 다르게 주문하려고 한다. 아침, 점심, 저녁 중 한 번만 두 사람이 주문한 음식이 같고 갑과 을이 주문한 음식의 종류가 총 4가지가 되도록 주문하는 경우의 수는? 2)

① 700 ② 710 ③ 720
④ 730 ⑤ 740

[EBS 수능특강 확률과 통계 2단원 Lv.3 4번]

3. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는? 3)

(가) $a+b+c=3(d+e)$
(나) $0 < a+b+c+d+e \leq 10$

① 100 ② 102 ③ 104
④ 106 ⑤ 108

[EBS 수능특강 확률과 통계 3단원 Lv.3 4번]

4. 1층에서 5층까지 운행하는 엘리베이터에 1층에서 탑승한 6명의 탑승객이 2층, 3층, 4층, 5층 중 3개의 층에서 모두 내리는 경우의 수는? (단, 새로 타는 탑승객은 없다.) 4)

① 2080 ② 2120 ③ 2160
④ 2200 ⑤ 2240

[EBS 수능특강 확률과 통계 4단원 Lv.2 2번]

5. 집합 $X=\{x \mid x\text{는 } 10\text{ 이하의 자연수}\}$에 대하여 두 집합 A, B를

$$A=\{x \mid x=2n,\ n\in X\},\ \ B=\{x \mid x=2^n,\ n\in X\}$$

라 하자. 집합 A의 원소 중에서 임의로 택한 원소를 a, 집합 B의 원소 중에서 임의로 택한 원소를 b라 할 때, $a+b$가 3의 배수일 확률은? 5)

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{7}{20}$ ⑤ $\frac{9}{20}$

[EBS 수능특강 확률과 통계 4단원 Lv.3 2번]

6. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$에서 집합 $Y=\{-2, -1, 0, 1\}$로의 함수 중에서 임의로 선택한 한 함수를 $f(x)$라 할 때, $f(1)f(2)f(3)=0$ 또는 $f(4)\geq 0$이 성립할 확률은? 6)

① $\frac{95}{128}$ ② $\frac{97}{128}$ ③ $\frac{99}{128}$
④ $\frac{101}{128}$ ⑤ $\frac{103}{128}$

[EBS 수능특강 확률과 통계 4단원 Lv.3 3번]

7. 자연수 n에 대하여 두 부등식

$$0<x\leq n,\ y\leq x^2+\frac{1}{2}x$$

를 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)중에서 임의로 하나를 택할 때, 이 순서쌍 (x, y)가 $y=x$를 만족시킬 확률을 $\mathrm{P_n}$이라 하자. $\mathrm{P_{2m}}=\frac{1}{41}$을 만족시키는 자연수 m의 값을 구하시오. 7)

[EBS 수능특강 확률과 통계 5단원 Lv.2 2번]

8. 어느 프로야구 경기의 관람객 중 홈팀 또는 원정팀 중 어느 한 팀만 응원하는 2000명을 대상으로 조사한 결과, 남자는 1200명이었다. 이들 2000명 중 임의로 선택한 한 명이 남자였을 때 이 남자가 홈팀을 응원할 확률이 $\frac{2}{5}$이고, 이들 2000명 중 임의로 선택한 한 명이 여자였을 때 이 여자가 원정팀을 응원할 확률이 $\frac{4}{5}$이었다. 조사한 2000명 중 홈팀을 응원하는 관람객의 수를 구하시오. 8)

[EBS 수능특강 확률과 통계 5단원 Lv.2 3번]

9. 아래 표와 같이 두 상자 A, B에는 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 각각 100개의 구슬이 들어 있다.

(단위 : 개)

	상자 A	상자 B
흰 구슬	a	$100-2a$
검은 구슬	$100-a$	$2a$
합계	100	100

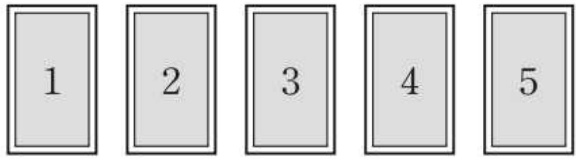
두 상자 A, B에서 각각 1개의 구슬을 임의로 택할 때, 같은 색의 구슬이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$이다. 자연수 a의 값을 구하시오. (단, 상자 B에는 흰 구슬이 적어도 1개 들어 있다.) 9)

[EBS 수능특강 확률과 통계 5단원 Lv.3 2번]

10. 한 개의 동전과 한 개의 주사위를 동시에 던지는 시행을 4번 반복할 때, 동전의 앞면이 나온 횟수를 a, 주사위에서 2이하의 눈의 수가 나온 횟수를 b라 하자. 두 수 a, b가 부등식 $3a<b$를 만족시킬 확률이 $\frac{p}{6^4}$일 때, 자연수 p의 값을 구하시오. 10)

[EBS 수능특강 확률과 통계 6단원 Lv.2 1번]

11. 그림과 같이 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드가 있다. 이 중에서 임의로 3장을 뽑아 크기순으로 배열할 때, 가운데 카드에 적혀 있는 수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{V}(X)$의 값은? 11)



① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

[EBS 수능특강 확률과 통계 6단원 Lv.3 1번]

12. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중 작지 않은 수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(36X)$의 값을 구하시오. 12)

[EBS 수능특강 확률과 통계 6단원 Lv.3 2번]

13. 확률변수 X의 확률분포가 다음 표와 같을 때, 확률변수 X의 분산은 $a=\alpha$일 때 최댓값 β를 갖는다. $\alpha+\beta$의 값은? (단, a, b는 실수이다.) 13)

X	0	1	2	계
$\mathrm{P}(X=x)$	b	a	$2a$	1

① $\frac{19}{20}$ ② $\frac{97}{100}$ ③ $\frac{99}{100}$
④ $\frac{101}{100}$ ⑤ $\frac{103}{100}$

[EBS 수능특강 확률과 통계 6단원 Lv.3 3번]

14. 자연수 n에 대하여 자연수 $k\ (k=1, 2, 3, \cdots, n)$가 적힌 공이 k개씩 들어 있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 그 공에 적힌 수를 확률변수 X라 할 때,
$\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2=an^2+bn$이 항상 성립한다. 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은? 14)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

[EBS 수능특강 확률과 통계 6단원 Lv.3 4번]

15. 첫째항이 2이고, 공차가 3인 등차수열의 첫째항부터 제 21항까지의 값을 가지는 확률변수 X에 대하여 X의 확률분포는 다음 표와 같다.

X	2	5	8	$\cdots$	62	계
$\mathrm{P}(X=x)$	${}_{20}\mathrm{C}_0\left(\frac{3}{4}\right)^{20}$	${}_{20}\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^{19}$	${}_{20}\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^{18}$	$\cdots$	${}_{20}\mathrm{C}_{20}\left(\frac{1}{4}\right)^{20}$	1

$\mathrm{E}(X)+\mathrm{V}(2X)$의 값을 구하시오. 15)

[EBS 수능특강 확률과 통계 7단원 Lv.2 3번]

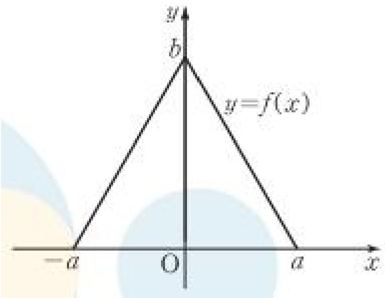
16. 어느 자격시험의 점수는 정규분포 $\mathrm{N}(100, 20^2)$을 따르고, 시험 점수가 128점 이상이면 1급 자격을 얻는다고 한다. 이 자격시험에 응시한 갑이 1급 자격을 얻었을 때, 갑의 시험 점수가 130점 이상일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 16)

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
1.2	0.3849
1.3	0.4032
1.4	0.4192
1.5	0.4332
1.6	0.4452

① $\frac{167}{202}$ ② $\frac{84}{101}$ ③ $\frac{169}{202}$
④ $\frac{85}{101}$ ⑤ $\frac{171}{202}$

[EBS 수능특강 확률과 통계 7단원 Lv.3 1번]

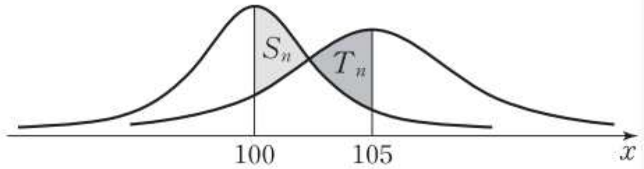
17. $0<a<b<2a$인 두 실수 a, b에 대하여 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $-a \le X \le a$이고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다. $\mathrm{P}(-a \le X \le a-b)=\frac{1}{8}$일 때, $6(a^2+b^2)$의 값을 구하시오. 17)



[EBS 수능특강 확률과 통계 7단원 Lv.3 2번]

18. 자연수 n에 대하여 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(100, n^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(105, (n+1)^2)$을 따른다. 아래 그림과 같이 두 확률변수 X, Y의 정규분포곡선과 직선 $x=100$으로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이를 S_n, 두 확률변수 X, Y의 정규분포곡선과 직선 $x=105$로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이를 T_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{10}(S_n-T_n)=\mathrm{P}(a \le Z \le 5)$를 만족시키는 상수 a의 값은? (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) 18)



① $\frac{3}{11}$ ② $\frac{7}{22}$ ③ $\frac{4}{11}$
④ $\frac{9}{22}$ ⑤ $\frac{5}{11}$

[EBS 수능특강 확률과 통계 7단원 Lv.3 3번]

19. A가 가위바위보를 한 번 할 때 가위, 바위, 보를 낼 확률은 각각 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$이고, B가 가위바위보를 한 번 할 때, 가위, 바위, 보를 낼 확률은 각각 $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$이다. A와 B가 가위바위보를 한 번 하여 이기면 3점을 얻고, 비기거나 지면 1점을 얻는 시행을 n회 반복한다. n회의 시행 후 A가 얻는 점수의 합의 기댓값이 105일 때, n회의 시행 후 A가 얻는 점수의 합이 120점 이상일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 19)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 0.0013 ② 0.0062 ③ 0.0228
④ 0.0668 ⑤ 0.1587

[EBS 수능특강 확률과 통계 8단원 Lv.2 2번]

20. 어느 통조림 공장에서 생산하는 통조림 1개의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르고,

$\mathrm{P}(|X-m| \le 9)=0.9974$, $\mathrm{P}(X \le 153)=0.8413$

을 만족시킨다. 이 공장에서 생산하는 통조림 중에서 임의추출한 9개의 무게의 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X} \ge 153)$의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g이다.) 20)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 0.0013 ② 0.0026 ③ 0.0124
④ 0.0456 ⑤ 0.1336

[EBS 수능특강 확률과 통계 8단원 Lv.3 1번]

21. 모평균이 m, 모표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단이 있다. 이 모집단에서 크기가 n_1인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 $\overline{X}$라 하고, 같은 모집단에서 크기가 n_2인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? 21)

<보기>

ㄱ. $\mathrm{E}(\overline{X})=\mathrm{E}(\overline{Y})$

ㄴ. 두 확률변수 $\overline{X}$, $\overline{Y}$의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, $n_1<n_2$이면 함수 $f(x)$의 최댓값이 함수 $g(x)$의 최댓값보다 크다.

ㄷ. $m<a<b$인 두 실수 a, b에 대하여 $\mathrm{P}(m\le\overline{X}\le a)=\mathrm{P}(m\le\overline{Y}\le b)$이면 $n_1<n_2$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[EBS 수능특강 확률과 통계 8단원 Lv.3 2번]

22. 모평균이 m, 모표준편차가 1인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균이 $\overline{x}$이다. 모평균이 7일 때, 이 표본을 이용하여 얻은 모평균에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간에 모평균이 포함되도록 하는 $\overline{x}$의 최댓값을 M이라 하자. $100M$의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z|\le 1.96)=0.95$로 계산한다.) 22)

[EBS 수능특강 확률과 통계 8단원 Lv.3 3번]

23. 어느 지역에 산책로 조성을 희망하는 주민의 비율 p를 조사하기 위하여 이 지역의 주민 중 400명을 임의추출하여 조사한 결과 n명이 산책로 조성을 희망하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 지역 주민 전체의 산책로 조성을 희망하는 주민의 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a\le p\le b$이다. $b-a\ge 0.0588$을 만족시키는 자연수 n의 개수를 구하시오.
(단 Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z|\le 1.96)=0.95$로 계산한다.) 23)

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형1 3번]

24. 볼링공을 굴려 스트라이크가 나오면 점수표에 $\times$ 표시를 하고 스트라이크가 나오지 못하면 점수표에 /표시를 한다. 다음은 볼링공을 5번 굴려 3번 스트라이크가 나온 결과이다.

회	1	2	3	4	5
점수	×	×	×	/	/

점수표에서 $\times$ 표시가 연속해서 나와 $\times\times$가 되는 횟수를 n이라 하자. 예를 들어, 위 점수표에서 $n=2$이다. 볼링공을 5번 굴려 $n=2$ 또는 $n=4$가 되는 경우의 수는? 24)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

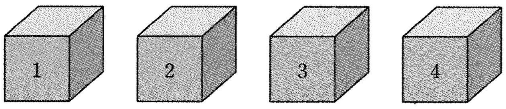
[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형1 4번]

25. 두 수 a, b가 6 이하의 자연수일 때, 함수 $y=ax^2+bx+2$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나는 경우의 수는? 25)

① 9 ② 12 ③ 15
④ 18 ⑤ 21

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형1 6번]

26. 1부터 4까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 4개의 공을 그림과 같이 1부터 4까지의 번호가 적혀 있는 상자에 각각 한 개씩 넣으려고 한다.



모든 공을 각각의 공에 적혀 있는 자연수와 다른 번호가 적혀 있는 상자에 들어가도록 넣는 경우의 수는? 26)
(단, 공을 넣는 순서는 고려하지 않는다.)

① 9 ② 12 ③ 15
④ 18 ⑤ 21

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형1 8번]

27. 두 집합 $X=\{1,\ 2\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to Y$의 개수는? 27)

$f(1)+f(2)$ 또는 $f(1)\times f(2)$는 홀수이다.

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형2 12번]

28. 두 집합

$A=\{x\,|\,x$는 5이하의 자연수$\}$
$B=\{x\,|\,x$는 6이하의 자연수$\}$

의 두 원소 $a\in A$, $b\in B$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 일대일함수 $f: A \to B$의 개수는? 28)

$f(a)=b$일 때, a가 홀수이면 b도 홀수이다.

① 36 ② 48 ③ 60
④ 72 ⑤ 84

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형2 13번]

29. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드를 일렬로 놓으려고 한다. 1과 2가 적혀 있는 두 카드 사이에 홀수가 적혀 있는 카드 2장만을 놓되 큰 수가 적혀 있는 카드를 1이 적혀 있는 카드에 가깝게 놓는 경우의 수는? 29)

① 72 ② 108 ③ 144
④ 180 ⑤ 216

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형2 14번]

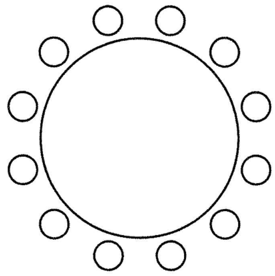
30. 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 삼각형 ABC가 있다. 서로 다른 세 자연수 a, b, c가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC의 개수는? 30)

(가) $a > b$, $a > c$
(나) $a+b+c=30$

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형3 16번]

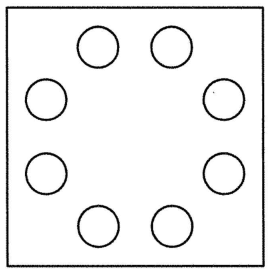
31. A, B, C, D 네 고등학교 학생들이 그림과 같은 12개의 의자가 놓인 원탁에 둘러앉으려고 한다. 각 학교의 학생들은 3명씩일 때, 같은 학교의 학생끼리 서로 인접하여 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) 31)



① 3^6 ② 3^7 ③ 6^5
④ 6^6 ⑤ 6^7

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형3 17번]

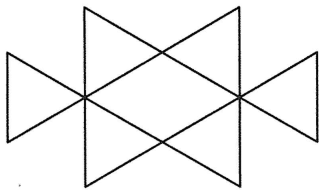
32. 그림과 같이 8개의 구멍에 각각 1개씩 8개의 구슬을 넣을 수 있는 정사각형 모양의 놀이 기구가 있다. 빨강, 파랑, 노랑, 분홍, 초록, 주황, 보라, 검정의 8개의 구슬을 이 놀이 기구의 구멍에 모두 넣을 때, 빨강, 파랑의 2개의 구슬을 한 변 앞에 있는 이웃한 두 구멍에 각각 넣으려고 한다. 모든 구슬을 넣는 경우의 수는? 32)
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 1320 ② 1440 ③ 1560
④ 1680 ⑤ 1800

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형3 18번]

33. 그림과 같이 6개의 합동인 정삼각형으로 만든 도형이 있다. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 보라의 6가지 색을 모두 사용하여 6개의 정삼각형의 내부에 칠하려고 한다. 1개의 정삼각형의 내부에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? 33)



(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

① 200 ② 240 ③ 280
④ 320 ⑤ 360

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형4 20번]

34. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 함수 $f: A \to B$ 중에서 $f(1)=1$인 함수의 개수는? 34)

① 80 ② 81 ③ 82
④ 83 ⑤ 84

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형4 22번]

35. ☆, ○, △ 세 기호를 중복을 허락하여 나열하여 신호를 만드는데, 하나의 신호를 만들 때 사용된 기호의 개수를 신호의 길이라 하자. 예를 들어, ☆은 길이가 1인 신호이고 ☆○는 길이가 2인 신호이며 ○☆도 길이가 2인 또 다른 신호이다. 가능한 기호를 적게 사용하여 70개의 서로 다른 신호를 만든다. 만들어진 70개 각각의 신호 중 길이가 가장 긴 신호의 길이는? 35)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형5 25번]

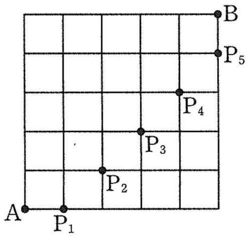
36. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? 36)

(가) 6은 3보다 왼쪽에 배열한다. (나) 소수는 큰 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 배열한다.

① 126 ② 131 ③ 136
④ 141 ⑤ 146

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형5 27번]

37. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중 적어도 한 지점을 지나면서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? 37)



① 210 ② 215 ③ 220 ④ 225 ⑤ 230

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형6 29번]

38. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 10장의 카드에서 한 장씩 4번 카드를 뽑은 후 그 카드에 적혀 있는 수를 차례로 a_1, a_2, a_3, a_4라 할 때, $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$가 되는 경우의 수는? 38)

① 180 ② 210 ③ 240 ④ 270 ⑤ 300

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형6 32번]

39. 다음 조건을 만족시키는 집합 $A=\{x\,|\,x$는 7이하의 자연수$\}$에서 집합 $B=\{x\,|\,x$는 10이하의 자연수$\}$로의 함수 f의 개수는? 39)

(가) $x_1 \in A$, $x_2 \in A$일 때, $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) < f(x_2)$이다.
(나) $f(4)=6$, $f(7)=10$

① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형6 33번]

40. 철수는 7개의 문자로 구성된 비밀번호를 만들려고 한다. 비밀번호는 같은 문자를 3번 이상 연속하여 사용할 수 없고 마지막 문자는 특수문자 !이어야 한다. a를 3번, !를 4번 사용하여 만들 수 있는 비밀번호의 개수는? 40)

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형6 36번]

41. 원에 내접하는 정n각형($n \geq 3$)의 꼭짓점 및 원의 중심을 포함한 $(n+1)$개의 점으로 만들어지는 직선과 삼각형에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? 41)

보기

ㄱ. $n=6$일 때, 만들 수 있는 직선의 개수는 15이다.

ㄴ. $n=9$일 때, 만들 수 있는 삼각형의 개수는 120이다.

ㄷ. n이 짝수일 때, 만들 수 있는 삼각형의 개수는 $\dfrac{n(n-2)(n+2)}{6}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형7 39번]

42. $(a+b+c)^9$을 전개하여 얻은 항은 $a^l b^m c^n$의 꼴이다. $lmn \neq 0$인 항의 개수는? 42)

① 28 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 36

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형7 40번]

43. 방정식 $x+y+z=97$을 만족시키는 세 자연수 x, y, z가 홀수일 때, 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는? 43)

① 1172 ② 1174 ③ 1176
④ 1178 ⑤ 1180

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형7 41번]

44. 음이 아닌 세 정수 x, y, z에 대하여 부등식 $x+y+z \leq 7$을 만족시키는 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는? 44)

① 100 ② 110 ③ 120
④ 130 ⑤ 140

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형8 46번]

45. 집합 $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$를 공집합이 아니고 서로소인 두 부분집합의 합집합으로 나타내려고 한다. 나누어진 두 부분집합 중 한 집합의 원소의 개수가 1이 되도록 분할하는 경우의 수는? 45)

① 25 ② 20 ③ 15
④ 10 ⑤ 5

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형8 47번]

46. 공을 넣어 두는 5개의 빈 상자가 있다. 10개의 공을 빈 상자 없이 5개의 상자에 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는? 46)
(단, 공과 상자는 각각 서로 구별하지 않는다.)

① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형8 48번]

47. 집합 $A=\{x\,|\,x$는 5 이하의 자연수$\}$를 공집합이 아니고 서로소인 3개의 부분집합으로 분할할 때, 1이 속한 부분집합의 원소의 개수가 2 이상이 되도록 분할하는 경우의 수는? 47)

① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형9 53번]

48. $\dfrac{d}{dx}\left\{\left(2x^3-\dfrac{1}{x}\right)^6\right\}$의 전개식에서 x^5의 계수는? 48)

① -960 ② -480 ③ 240
④ 480 ⑤ 960

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형9 55번]

49. 다항식 $(x-1)^4(x+a)^3$의 전개식에서 x의 계수와 상수항이 같을 때, 0이 아닌 상수 a의 값은? 49)

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형9 56번]

50. 다항식 $\sum_{k=1}^{20}(1-x^k)^k$을 전개하였을 때, x^{15}의 계수는? 50)

① -25 ② -10 ③ 0
④ 10 ⑤ 25

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형10 60번]

51. 자연수 n에 대하여

$$f(n)=\sum_{k=1}^{n}\left({}_{2k}\mathrm{C}_1+{}_{2k}\mathrm{C}_3+{}_{2k}\mathrm{C}_5+\cdots+{}_{2k}\mathrm{C}_{2k-1}\right)$$

일 때, $f(5)$의 값은? 51)

① 678 ② 680 ③ 682
④ 684 ⑤ 686

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형10 63번]

52. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? 52)

보 기

ㄱ. $\sum_{r=0}^{20}\left\{(-1)^r\times{}_{20}\mathrm{C}_r\right\}=0$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{9}\left(\sum_{r=0}^{n}{}_{n}\mathrm{C}_r\right)=1022$

ㄷ. $\sum_{r=0}^{10}\left({}_{10}\mathrm{C}_r\times 3^{10-r}\times 5^r\right)=2^{30}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[EBS 수능완성 가형 순열과 조합 유형10 65번]

53. 31^{25} 을 32^2 으로 나눈 나머지는? 53)

① 779 ② 789 ③ 799
④ 809 ⑤ 819

[EBS 수능완성 가형 확률 유형1 3번]

54. 집합 $A=\{n\,|\,1\leq n\leq 20,\ n$은 자연수$\}$에 대하여 집합 A에서 한 개의 원소를 임의로 선택하여 그 수를 a라 할 때, x에 대한 이차방정식 $8x^2-2ax+a=0$이 실근을 가질 확률은? 54)

① $\frac{7}{20}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{13}{20}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형1 5번]

55. 정십이면체의 각 면에 1부터 12까지의 자연수를 하나씩 적는다. 주사위와 정십이면체를 던져서 주사위에서 나오는 눈의 수를 m, 정십이면체에서 나오는 수를 n이라 할 때, i^{m+n}의 값이 1이 될 확률은? (단, $i=\sqrt{-1}$) 55)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{8}$
④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형1 7번]

56. 각 면에 1부터 4까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 정사면체 1개와 주사위 2개가 있다. 정사면체를 던져 밑면에 적혀 있는 수가 두 주사위를 던져 나온 눈의 수의 합의 약수가 될 확률은? 56)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{25}{48}$ ③ $\frac{13}{24}$
④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형2 13번]

57. 영수네 학급 학생 35명 중 2017학년도 대학수학능력시험 과학 탐구 영역에서 화학 Ⅰ을 선택한 학생은 21명, 생명과학 Ⅱ를 선택한 학생은 15명이고 화학 Ⅰ과 생명과학 Ⅱ 중 어느 것도 선택하지 않은 학생은 5명이다. 이 학급에서 임의로 한 명의 학생을 뽑을 때, 이 학생이 화학 Ⅰ과 생명과학 Ⅱ를 모두 선택한 학생일 확률은? 57)

① $\frac{6}{35}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{8}{35}$ ④ $\frac{9}{35}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형2 15번]

58. 어느 모임에 4명의 친구가 같은 종류의 모자를 쓰고 모였다. 모임이 끝난 후 모자를 임의로 쓰고 간다고 할 때, 자신의 모자를 쓰고 간 사람이 1명 이하일 확률은? 58)

① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{17}{24}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{19}{24}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형2 16번]

59. A, B, C 3개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 차례대로 a, b, c라 할 때, $(a-b)(b-c)(c-a)$의 값이 2가 될 확률은? 59)

① $\frac{1}{54}$ ② $\frac{1}{27}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{2}{27}$ ⑤ $\frac{5}{54}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형3 19번]

60. 주머니에 흰 공 4개와 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 흰 공을 적어도 한 개 이상 꺼낼 확률은? 60)

① $\frac{22}{35}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{31}{35}$ ⑤ $\frac{34}{35}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형3 20번]

61. 어느 동아리에 가입할 학생들을 추가 모집하는데 5명의 남학생과 2명의 여학생이 신청서를 냈다. 이들의 면접 보는 순서를 임의로 정할 때, 두 여학생이 연속하여 면접을 보지 않도록 정해질 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) 61)

[EBS 수능완성 가형 확률 유형3 21번]

62. '시작' 버튼을 누르면 '정지' 버튼을 누를 때까지 다음 5개의 정수 중 하나를 1초에 하나씩 임의로 찍어내는 기계가 있다.

3, 12, 15, 17, 28

'시작' 버튼을 누른 후 5초가 된 직후에 '정지' 버튼을 눌렀다. 이 기계가 찍어낸 5개의 수의 곱이 10으로 나누어떨어지는 수가 될 확률은? 62)

① $\frac{378}{625}$ ② $\frac{379}{625}$ ③ $\frac{76}{125}$
④ $\frac{381}{625}$ ⑤ $\frac{382}{625}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형4 23번]

63. 5 이상의 자연수 n에 대하여 주머니에 흰 공 3개와 검은 공 $(n-3)$개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 2개의 공이 모두 검은 공일 확률을 P_n이라 하자. $\mathrm{P}_{11}-\mathrm{P}_{10}$의 값은? 63)

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{33}$ ③ $\frac{3}{55}$
④ $\frac{8}{165}$ ⑤ $\frac{7}{165}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형4 24번]

64. 철수가 다음과 같은 컴퓨터 게임을 한다.

(가) 컴퓨터 화면에서 서로 다른 수가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 엎어져 있다.
(나) 카드를 한 장씩 뒤집어 방금 나온 카드가 7장의 카드 중 가장 큰 수가 적힌 카드라고 생각되면 '멈춤' 버튼을 누르고 그렇지 않으면 '통과' 버튼을 누른다.
(다) '멈춤' 버튼을 누를 때 뒤집어진 카드가 7장의 카드에 적힌 수 중 가장 큰 수이면 철수가 이기고 그렇지 않으면 컴퓨터가 이긴다.

철수는 이 게임을 하면서 처음 카드 3장을 뒤집을 동안은 '통과' 버튼을 누르고 네 번째 카드부터 지금까지 나온 카드보다 더 큰 수가 나오면 '멈춤' 버튼을 누른다. 철수가 컴퓨터를 이길 확률은? 64)

① $\frac{11}{28}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{57}{140}$
④ $\frac{29}{70}$ ⑤ $\frac{59}{140}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형4 25번]

65. 쪽수가 서로 다른 15권의 책이 있다. 이들 15권의 책을 책꽂이의 5개의 칸에 첫 번째 칸에는 1권, 두 번째 칸에는 2권, 세 번째 칸에는 3권, 네 번째 칸에는 4권, 다섯 번째 칸에는 5권을 임의로 꽂았다. k번째 칸에 있는 책 중에서 가장 쪽수가 많은 책의 쪽수를 P_k ($k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$)라 할 때,

$$\mathrm{P}_1 < \mathrm{P}_2 < \mathrm{P}_3 < \mathrm{P}_4 < \mathrm{P}_5$$

가 될 확률은? 65)

① $\frac{1}{90}$ ② $\frac{1}{45}$ ③ $\frac{1}{30}$
④ $\frac{2}{45}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형5 28번]

66. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(B)=\frac{1}{5}$$

이고 $\mathrm{P}(A\mid B)-\mathrm{P}(B\mid A)=\frac{1}{4}$ 일 때, $\mathrm{P}(A\cap B^c)$의 값은? (단, B^c은 B의 여사건이다.) 66)

① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{8}$
④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형5 29번]

67. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{3}{4}\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3}\mathrm{P}(B)$$

이고 $\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{11}{36}$ 일 때, $\mathrm{P}(A\mid B^c)$의 값은? (단, B^c은 B의 여사건이다.) 67)

① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{2}{27}$ ③ $\frac{1}{9}$
④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{5}{27}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형5 30번]

68. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(B\mid A)=\frac{1}{4}$$

이고 $\mathrm{P}((A\cap B^c)\cup(B\cap A^c))=\frac{5}{8}$ 일 때, $\mathrm{P}(A\mid B)$의 값은? 68) (단, A^c은 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형6 32번]

69. 어느 요가 수련원에 신규 등록한 회원은 남자 12명, 여자 28명이다. 이 중에서 임의로 한 명을 뽑을 때, 뽑힌 사람이 남자 회원일 사건을 A, 50세 이상일 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(B \mid A) = \frac{2}{3},\ \mathrm{P}(A \mid B) = \frac{4}{13}$$

이다. 이 요가 수련원에 신규 등록한 회원 중에서 임의로 뽑은 한 명이 50세 미만일 때, 이 사람이 여자 회원일 확률은? 69)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{9}{14}$
④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{11}{14}$

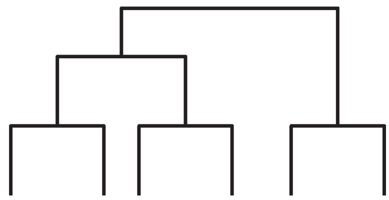
[EBS 수능완성 가형 확률 유형6 33번]

70. 45명의 경제 전문가에게 내년 주가에 대하여 국내 주가와 국제 주가로 나누어 설문조사를 하였다. 그 결과 국내 주가가 오를 것이라고 예상하는 전문가는 33명, 내릴 것이라고 예상하는 전문가는 12명이었고, 국제 주가가 오를 것이라고 예상하는 전문가는 27명, 내릴 것이라고 예상하는 전문가는 18명이었다. 이 중 국내 주가와 국제 주가가 모두 내릴 것이라고 예상한 전문가는 5명이었다고 한다. 45명의 경제 전문가 중 임의로 선택한 한 명이 국제주가가 오를 것이라고 예상했을 때, 이 전문가가 국내 주가도 오를 것이라고 예상했을 확률은? 70)

① $\frac{19}{27}$ ② $\frac{20}{27}$ ③ $\frac{7}{9}$
④ $\frac{22}{27}$ ⑤ $\frac{23}{27}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형6 34번]

71. 철수를 포함한 6명이 씨름 경기를 할 때, 대진표를 그림과 같이 만들려고 한다. 6명이 대진표의 각 위치에 올 확률은 모두 같고, 철수가 다른 사람과의 한 경기에서 이길 확률은 $\frac{3}{4}$으로 모두 같다고 한다. 철수가 최종 우승하였을 때, 철수가 2번의 경기만 치렀을 확률은? (단, 비기는 경우는 없다.) 71)



① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형7 37번]

72. 주머니에 빨간 구슬과 파란 구슬이 각각 3개씩 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼내어 같은 색의 구슬이 나오면 두 구슬을 모두 주머니에 넣지 않고, 서로 다른 색의 구슬이 나오면 파란 구슬은 주머니에 넣고 빨간 구슬은 주머니에 넣지 않는다. 이 시행을 2번 했을 때, 주머니에 3개의 구슬이 남아 있을 확률은? 72)

① $\frac{7}{25}$ ② $\frac{8}{25}$ ③ $\frac{9}{25}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{11}{25}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형7 38번]

73. 흥부와 놀부는 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 카드 5장씩을 각각 가지고 있다. 두 사람이 각자의 카드를 잘 섞은 후 임의로 한 장씩 첫 번째 카드를 뽑아 숫자를 확인한 후 다시 5장의 카드를 잘 섞고 임의로 한 장씩 두 번째 카드를 뽑는다. 첫 번째 뽑은 카드는 두 사람이 뽑은 카드에 적혀 있는 수가 서로 같고, 두 번째 뽑은 카드는 흥부가 뽑은 카드에 적혀 있는 수가 놀부가 뽑은 카드에 적혀 있는 수보다 클 확률은? 73)

① $\frac{6}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{25}$
④ $\frac{3}{25}$ ⑤ $\frac{2}{25}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형7 39번]

74. 흰 탁구공 3개, 노란 탁구공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 주머니에서 한 개의 노란 탁구공을 꺼내고, 3의 배수의 눈이 나오지 않으면 주머니에서 한 개의 노란 탁구공을 추가로 넣는 시행을 한다. 한 개의 주사위를 던져 한 번의 시행을 한 후, 이 주머니에서 임의로 2개의 탁구공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 탁구공의 색이 서로 같을 확률은? 74)

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{44}{105}$ ③ $\frac{46}{105}$
④ $\frac{16}{35}$ ⑤ $\frac{10}{21}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형7 40번]

75. A 상자에는 흰 바둑돌 2개, 검은 바둑돌 4개가 들어 있고, B 상자에는 흰 바둑돌 3개, 검은 바둑돌 3개가 들어 있다. 갑이 A 상자에서 임의로 2개의 바둑돌을 동시에 꺼내고 을이 B 상자에서 임의로 2개의 바둑돌을 동시에 꺼낸다. 이때, A, B 두 상자 안에 남아 있는 흰 바둑돌의 개수가 서로 같고, 또 두 상자 안에 남아 있는 검은 바둑돌의 개수도 서로 같을 확률은? 75)

① $\frac{8}{25}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{26}{75}$
④ $\frac{9}{25}$ ⑤ $\frac{28}{75}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형7 42번]

76. 다음과 같은 규칙으로 한 개의 주사위를 던지는 게임이 있다.

(가) 1회에서 5 이상의 눈이 나오면 주사위 던지는 것을 중단하고 4이하의 눈이 나오면 다시 던진다.
(나) 2회에서 4 이상의 눈이 나오면 주사위 던지는 것을 중단하고 3이하의 눈이 나오면 다시 던진다.
(다) 3회에서 주사위를 던지고 게임을 끝낸다.

갑이 이 규칙대로 주사위를 던지는 게임을 할 때, 마지막으로 던진 주사위의 눈의 수가 5가 나올 확률은? 76)

① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{18}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형8 45번]

77. 두 사건 A, B가 서로 독립이고, $\mathrm{P}(A \cap B^c) = \frac{1}{15}$, $\mathrm{P}(B|A^c) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\mathrm{P}(A \cap B)$의 값은? (단, A^c은 A의 여사건이다.) 77)

① $\frac{1}{30}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{1}{10}$
④ $\frac{2}{15}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형8 46번]

78. 두 사건 A, B가 서로 독립이고, $\mathrm{P}(A|B) = \frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(B^c|A^c) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\mathrm{P}(A \cup B)$의 값은? (단, A^c은 A의 여사건이다.) 78)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형9 49번]

79. 좌표평면 위의 점 P가 원점을 출발하여 다음 규칙에 따라 움직인다.

> 주사위 한 개를 던져 2이하의 눈이 나오면 x축의 방향으로 1만큼 움직이고, 3이상의 눈이 나오면 y축의 방향으로 1만큼 움직인다.

위와 같은 시행을 5번 연속 실행하여 점 P가 점 B(2, 3)에 도달 했을 때, 점 P가 점 A(1, 2)를 지나지 않고 점 B(2, 3)에 도달했을 확률은? 79)

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형9 50번]

80. A는 동전 6개를 던져 나오는 앞면의 개수를 점수로 하고, B는 주사위 한 개를 던져 나오는 눈의 수를 점수로 하는 게임을 하고 있다. A, B가 이 게임에서 같은 점수를 얻을 확률은? 80)

① $\frac{9}{64}$ ② $\frac{19}{128}$ ③ $\frac{5}{32}$
④ $\frac{21}{128}$ ⑤ $\frac{11}{64}$

[EBS 수능완성 가형 확률 유형9 51번]

81. 동전을 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전을 모두 주머니에 넣는 시행을 하고 있다. 첫 번째 시행에서 5개의 동전을 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전을 모두 주머니에 넣고, 두 번째 시행에서 나머지 동전을 다시 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전을 주머니에 넣는다. 두 번째 시행을 한 후 모든 동전이 주머니에 들어 있을 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p-q$의 값을 구하시오. 81) (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[EBS 수능완성 가형 통계 유형1 3번]

82. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	a	b	1

$\mathrm{P}(X>1)-\mathrm{P}(X\leq 3)=\frac{1}{6}$ 일 때, $\mathrm{V}(X)$의 값은? 82)

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{14}{9}$

[EBS 수능완성 가형 통계 유형1 4번]

83. 흰 공 4개와 검은 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이러한 시행을 반복할 때, 흰 공 3개가 나올 때까지의 시행 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은? 83)

① $\frac{22}{5}$ ② $\frac{23}{5}$ ③ $\frac{24}{5}$
④ 5 ⑤ $\frac{26}{5}$

[EBS 수능완성 가형 통계 유형2 6번]

84. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-2	0	2	4	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3-a}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2+a}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$\mathrm{E}(X)=\frac{5}{4}$ 일 때, $\mathrm{E}(a^2X-2)$의 값은? 84)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[EBS 수능완성 가형 통계 유형2 7번]

85. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	3	4	6	계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{1}{6}$	1

$\mathrm{E}(nX+3)=17$일 때, $\mathrm{V}(nX+3)$의 값은? (단, n은 상수이다.) 85)

① 28 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 36

[EBS 수능완성 가형 통계 유형2 8번]

86. 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 가장 큰 수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(20X)$의 값을 구하시오. 86)

[EBS 수능완성 가형 통계 유형3 11번]

87. 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르는 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(3X-4)=32$, $\mathrm{V}(3X-4)=90$일 때, n의 값은? 87)

① 72 ② 78 ③ 84
④ 90 ⑤ 96

[EBS 수능완성 가형 통계 유형3 12번]

88. 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(20,\ \frac{1}{6}\right)$을 따르고 확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다고 한다. $\mathrm{V}(Y+5)>\mathrm{V}(2X)$가 성립하도록 하는 n의 최솟값은? 88)

① 43 ② 44 ③ 45
④ 46 ⑤ 47

[EBS 수능완성 가형 통계 유형4 15번]

89. 구간 $[0,\ 4]$에서 정의된 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 $f(x)=\frac{1}{4}kx\ (0 \le x \le 4)$일 때, $\mathrm{P}(0 \le X \le 4k)$의 값은? (단, k는 상수이다.) 89)

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

[EBS 수능완성 가형 통계 유형4 16번]

90. 구간 $[0,\ 4]$에서 정의된 연속확률변수 X의 확률밀도함수를 $f(x)$라 하자. 함수 $f(x)$가 $0 \le x \le 2$일 때, $f(2-x)=f(2+x)$를 만족시킨다. $\mathrm{P}(0 \le X \le 1)=\frac{1}{6}$일 때, $\mathrm{P}(2 \le X \le 3)$의 값은? 90)

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

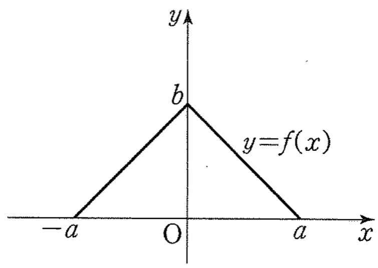
[EBS 수능완성 가형 통계 유형4 17번]

91. 구간 $[0,\ 4]$에서 정의된 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.
$\mathrm{P}(X \le b)=\mathrm{P}(X \ge b)$일 때, 상수 b의 값은? (단, $a>0,\ 0<b<4$) 91)

① $\frac{8-\sqrt{23}}{2}$ ② $\frac{8-2\sqrt{6}}{2}$
③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{8-\sqrt{26}}{2}$
⑤ $\frac{8-3\sqrt{3}}{2}$

[EBS 수능완성 가형 통계 유형4 18번]

92. 구간 $[-a,\ a]$에서 정의된 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.
$\mathrm{P}(k \le X \le k+2)$의 최댓값이 $\frac{7}{16}$일 때, 두 양수 $a,\ b$에 대하여 $a-b$의 값은? 92)



① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{24}{5}$ ③ $\frac{35}{6}$
④ $\frac{48}{7}$ ⑤ $\frac{63}{8}$

[EBS 수능완성 가형 통계 유형4 19번]

93. 구간 $[-2a,\ a]$에서 정의된 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음과 같다.

$f(x)=\begin{cases} x+2a & (-2a \le x \le 0) \\ 2a & (0 < x \le a) \end{cases}$ $\mathrm{P}(-a \le X \le b)=\dfrac{3}{4}$

일 때, 두 양수 $a,\ b$에 대하여 ab의 값은? 93)

① $\dfrac{3}{16}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{5}{16}$
④ $\dfrac{3}{8}$ ⑤ $\dfrac{7}{16}$

[EBS 수능완성 가형 통계 유형5 22번]

94. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르고, 다음 조건을 만족 시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X \le 50)=0.5$
(나) $\mathrm{P}(X \ge 1.1m)=0.1587$

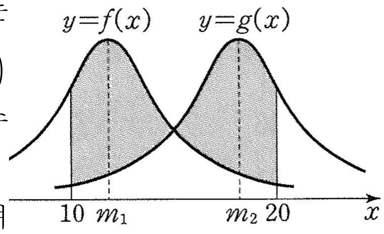
$\mathrm{P}(X \le 60)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 94)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915
② 0.8413
③ 0.9104
④ 0.9332
⑤ 0.9772

[EBS 수능완성 가형 통계 유형5 23번]

95. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m_1,\ 5^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m_2,\ 5^2)$을 따르며 $10 \le m_1 < m_2 \le 20$이다. 두 확률변수 $X,\ Y$의 확률밀도함수를 각각 $f(x),\ g(x)$라 할 때, 모든 실수 x에 대하여 $f(12-x)=f(12+x)$이고, $f(10)=g(20)$이다. 그림과 같이 두 확률밀도함수 $y=f(x), y=g(x)$의 그래프와 두 직선 $x=10,\ x=20$으로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 95)



z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.4	0.1554
0.6	0.2257
1.4	0.4192
1.6	0.4452

① 0.2192 ② 0.2712 ③ 0.3232
④ 0.3852 ⑤ 0.4372

[EBS 수능완성 가형 통계 유형6 26번]

96. 어느 편의점에서 판매되는 A도시락의 무게는 정규분포 $\mathrm{N}(385,\ 5^2)$을 다르고 B도시락의 무게는 정규분포 $\mathrm{N}(465,\ 4^2)$을 따른다. 이 편의점에서 판매되는 A도시락과 B도시락 중에서 임의로 각각 1개씩 선택할 때, 선택된 A도시락의 무게가 a이상일 확률은 0.84이고 선택된 B도시락의 무게가 b이하일 확률은 0.31이다. $a+b$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단, 도시락의 무게의 단위는 g이다.) 96)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

[EBS 수능완성 가형 통계 유형6 27번]

97. 어느 아파트 주민들의 일주일 동안 운동하는 시간은 평균이 98분, 표준편차가 a분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 아파트의 주민 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 사람이 일주일 동안 운동하는 시간이 96분 이상 100분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면 0.383이다. 상수 a의 값은? 97)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

[EBS 수능완성 가형 통계 유형7 31번]

98. 어느 고등학교 전교생을 대상으로 등하교시 이용하는 교통수단에 대하여 조사해 보았더니 전체의 80%가 대중교통을 이용하고, 대중교통을 이용한 학생 중에서 지하철을 이용하는 학생은 75%라고 한다. 이 학교 전체 학생 중 150명을 임의로 뽑아 등하교시 이용하는 교통수단을 조사하였을 때, 지하철을 이용하는 학생이 102명 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 98)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0107
③ 0.0082
④ 0.0062 ⑤ 0.0038

[EBS 수능완성 가형 통계 유형7 32번]

99. 어느 과수원에서 올해 수확한 과일 10000개에 대하여 무게를 조사하였더니 과일 1개의 무게는 평균이 400 g, 표준편차가 20 g인 정규분포를 따른다고 한다. 10000개의 과일 중 임의로 택한 1개의 과일의 무게가 440 g 이상일 확률 p_1이다. 또 10000개의 과일 중에서 440 g 이상인 과일의 개수가 n이상일 확률은 p_2이다. $p_1 = p_2$일 때, 자연수 n의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 99)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

① 226 ② 228 ③ 230
④ 232 ⑤ 234

[EBS 수능완성 가형 통계 유형8 34번]

100. 다음은 어떤 모집단의 확률분포를 나타내는 표이다.

X	$a-4$	$a-2$	a	$a+2$	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	1

양수 a에 대하여 확률변수 X의 평균이 4이다. 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X}=3)$의 값은? 100)

① $\frac{4}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{6}{25}$
④ $\frac{7}{25}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

[EBS 수능완성 가형 통계 유형8 35번]

101. 양수 a에 대하여 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$2a$	$1-3a$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $\mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{3}{2}\right)=\frac{4}{25}$일 때, $\mathrm{V}(5\overline{X})$의 값은? 101)

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

[EBS 수능완성 가형 통계 유형8 36번]

102. 1이 적혀 있는 카드 1장, 2가 적혀 있는 카드 2장, 3이 적혀 있는 카드 3장, 4가 적혀 있는 카드 4장이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 2장의 카드를 임의추출하여 꺼낼 때, 나온 2장의 카드에 적혀 있는 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자. 표본평균 $\overline{X}$의 표준편차는? 102)

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{\sqrt{2}}{2}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　④ 1　⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

[EBS 수능완성 가형 통계 유형9 39번]

103. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

$\mathrm{P}\left(m-5 \le \overline{X} \le m+5\right)=0.9544$일 때, 표준편차 σ의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 103)

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

[EBS 수능완성 가형 통계 유형9 42번]

104. 어느 양계장에서 나오는 계란 한 개의 무게는 평균이 60, 표준편차는 4인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양계장에서 나오는 계란을 임의로 256개를 추출하여 구한 계란의 무게에 대한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $\mathrm{P}\left(\overline{X} \le k\right) \le 0.017$이 되도록 하는 실수 k의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g이다.) 104)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.88	0.4699
2.12	0.4830
2.26	0.4881

① 59.35
② 59.39
③ 59.43
④ 59.47
⑤ 59.53

[EBS 수능완성 가형 통계 유형9 43번]

105. 중간 크기의 바나나 한 개에 들어 있는 칼륨의 양은 평균이 420, 표준편차가 40인 정규분포를 따른다고 한다. 중간 크기의 바나나 4개를 묶어서 한 묶음으로 만들 때, 바나나 한 묶음에 들어 있는 칼륨의 양의 합 S에 대하여 $\mathrm{P}(1640 \le S \le 1760)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 칼륨의 양의 단위는 mg이다.) 105)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.5328 ② 0.6915 ③ 0.7745
④ 0.8185 ⑤ 0.9104

[EBS 수능완성 가형 통계 유형10 46번]

106. 모평균이 m, 모표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단이 있다. 이 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m에 에 대한 신뢰구간이 $14.06 \le m \le 19.94$일 때, σ의 값은? (단 Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.) 106)

① $\dfrac{11}{2}$ ② 6 ③ $\dfrac{13}{2}$
④ 7 ⑤ $\dfrac{15}{2}$

[EBS 수능완성 가형 통계 유형10 47번]

107. 어느 자동차 회사에서 개발한 신형 자동차의 연비는 모표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 개발한 신형 자동차 중 n대를 임의추출하여 99%로 추정한 모평균 m에 대한 신뢰구간이 $a \le m \le b$일 때, $b-a \le 2$가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값은? (단, 연비의 단위는 km/L이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.58) = 0.495$로 계산한다.) 107)

① 163 ② 165 ③ 167
④ 169 ⑤ 171

[EBS 수능완성 가형 통계 유형11 50번]

108. 어느 방송국에서 지난달에 조사한 어떤 드라마의 시청률이 36%라고 한다. 이 시청률이 이번 달에도 변함이 없는지 알아보기 위하여 전화번호부에서 임의추출한 100가구를 대상으로 조사할 때, 이 드라마를 보고 있는 가구의 비율이 42% 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 108)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.25	0.3944
1.5	0.4332
1.75	0.4599
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0401 ③ 0.0668
④ 0.1056 ⑤ 0.1284

[EBS 수능완성 가형 통계 유형12 54번]

109. 어느 방송국에서 진행하고 있는 프로그램에 대하여 이 프로그램이 계속 방영되어야 하는지, 중단되어야 하는지를 전국적으로 18세 이상의 성인 2500명을 임의로 추출하여 의견을 조사하였다. 이들 중 900명은 이 프로그램이 계속 방영되는 것을 찬성하였고 나머지는 모두 반대하였다. 이 프로그램이 계속 방영되어야 한다고 생각하는 성인 전체의 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\hat{p}-c \le p \le \hat{p}+c$일 때, c의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)=0.475$로 계산한다.) 109)

① 0.0182 ② 0.0185 ③ 0.0188
④ 0.0192 ⑤ 0.0195

[EBS 수능완성 가형 실전모의 1회 15번]

110. 한 개의 주사위를 던져 나오는 눈의 수를 3으로 나눈 몫과 같은 횟수만큼 삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 출발하여 A→B→C→A→⋯ 의 순으로 점 P를 이동시킨다. 예를 들어 한 개의 주사위를 던져 나오는 눈의 수가 1이면 점 P를 이동시키지 않고, 나오는 눈의 수가 6이면 점 P를 꼭짓점 A에서 꼭짓점 B를 지나 꼭짓점 C로 이동시킨다. 주사위를 4회 던져 점 P를 이동시킬 때, 점 P가 삼각형 ABC 위를 한 바퀴 이상 이동할 확률은? 110)

[4점]

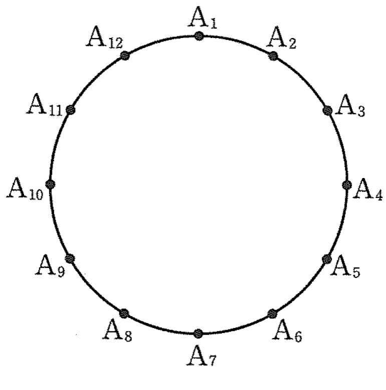
① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{11}{18}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

[EBS 수능완성 가형 실전모의 1회 23번]

111. 어느 지역의 통계에 의하면 그 지역 성인 남자의 5%, 성인 여자의 3.5%가 색맹이라고 한다. 이 지역은 성인 남자의 수가 성인 여자의 수의 2배이다. 이 지역 성인 중에서 임의로 선택한 한 사람이 색맹이었을 때, 이 사람이 남자일 확률이 p이다. $81p$의 값을 구하시오. [3점] 111)

[EBS 수능완성 가형 실전모의 2회 17번]

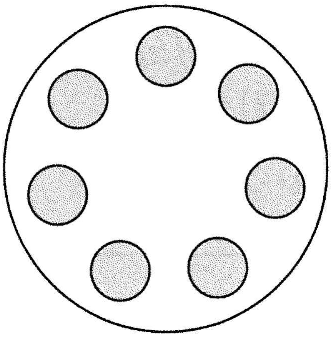
112. 그림과 같이 원의 둘레를 12등분한 점을 차례로 A_1, A_2, A_3, $\cdots$, A_{12}라 하자. 서로 다른 세 점을 택하여 만들 수 있는 예각삼각형의 개수는? [4점] 112)



① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

[EBS 수능완성 가형 실전모의 2회 23번]

113. 그림과 같이 어느 음식점에서 원 모양의 테이블에 원형으로 일정한 간격으로 같은 접시가 7개 놓여 있다. 서로 다른 고기 3종류와 서로 다른 채소 4종류를 놓인 접시에 각각 한 가지씩 담아 배열할 때, 고기류끼리 이웃하지 않게 배열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점] 113)



[EBS 수능완성 가형 실전모의 3회 26번]

114. 각 면에 1, 2, 2, 3, 3, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정육면체의 모양의 상자 A와 각 면에 1, 1, 2, 2, 3, 3의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자 B가 있다. 두 상자 A, B중에서 임의로 택한 한 상자를 2번 던져서 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 숫자가 모두 3이 나왔을 때, 택한 상자가 B일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 114)

[EBS 수능완성 가형 실전모의 4회 17번]

115. 집합 $A=\{a\,|\,a$는 20 이하의 자연수$\}$의 부분집합 X가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 집합 X의 모든 원소의 합은 홀수이다.
> (나) 집합 X의 모든 원소의 곱은 4의 배수이다.

집합 X의 개수가 $2^{10}\times n$일 때, n의 값은? [4점] 115)

① 501 ② 503 ③ 505
④ 507 ⑤ 509

[EBS 수능완성 가형 실전모의 4회 24번]

116. 한 개의 주사위를 5번 던질 때 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 a, 3의 배수의 눈이 나오지 않는 횟수를 b라 할 때, $ab=6$일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. 116) (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

[EBS 수능완성 가형 실전모의 5회 17번]

117. 2이상의 자연수 w에 대하여 다음 조건을 만족시키는 네 자연수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ w)$의 개수는? [4점] 117)

(가) $x+y+z+w=50$
(나) 세 자연수 x, y, z는 모두 w의 배수이다.

① 284 ② 286 ③ 288
④ 290 ⑤ 292

[EBS 수능완성 가형 실전모의 5회 21번]

118. 6개의 수 1, 2, 8, 16, 24, 32가 있다.

1줄	2줄	3줄
a_1	a_2	a_3
b_1	b_2	b_3
S_1	S_2	S_3

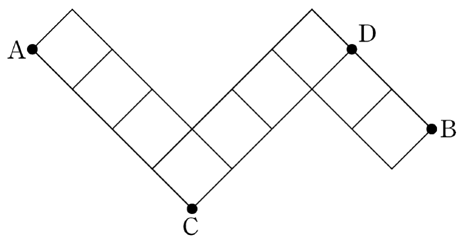
6개의 수를 주어진 표의 a_i, $b_i(i=1,\ 2,\ 3)$에 각각 1개씩 대입하려고 한다. $S_i=a_i+b_i(i=1,\ 2,\ 3)$일 때, $S_1<S_2<S_3$이 되도록 대입하는 경우의 수는? [4점] 118)

① 100 ② 112 ③ 124
④ 136 ⑤ 148

119. 같은 종류의 주스 4병, 같은 종류의 생수 2병, 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? 119) (단, 1병도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.)
[3점][2013년 수능]

① 330 ② 315 ③ 300
④ 285 ⑤ 270

120. 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 C지점을 지나지 않고, D지점도 지나지 않으면서 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? 120)
[3점][2013년 수능]



① 26 ② 24 ③ 22
④ 20 ⑤ 18

121. 흰색 깃발 5 개, 파란색 깃발 5 개를 일렬로 모두 나열할 때, 양 끝에 흰색 깃발이 놓이는 경우의 수는? 121) (단, 같은 색 깃발끼리는 서로 구별하지 않는다.)
[3점][2012년 수능]

① 56 ② 63 ③ 70
④ 77 ⑤ 84

122. 어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳을 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는?(단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.) 122)
[3점][2011년 수능]

[보 기]
(가) A는 반드시 설치한다.
(나) B는 2곳 이상 설치한다.

① 55 ② 65 ③ 75
④ 85 ⑤ 95

123. 서로 다른 6개의 공을 두 바구니 A, B에 3개씩 담을 때, 그 결과로 나올 수 있는 경우의 수를 구하시오. 123) [3점][2011년 수능]

124. 자연수 7의 분할 중에서, 3 이하의 자연수의 합으로 나타내어지는 서로 다른 분할의 수는? 124)
[3점][2011년 수능]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

125. 어느 회사원이 처리해야할 업무는 A, B를 포함하여 모두 6가지이다. 이 중에서 A, B를 포함한 4가지 업무를 오늘 처리하려고 하는데, A를 B보다 먼저 처리해야 한다. 오늘 처리할 업무를 택하고, 택한 업무의 처리 순서를 정하는 경우의 수는? 125)
[3점][2010년 수능]

① 60 ② 66 ③ 72
④ 78 ⑤ 84

126. 두 인형 A, B에게 색이 정해지지 않은 셔츠와 바지를 모두 입힌 후, 입힌 옷의 색을 정하는 컴퓨터 게임이 있다. 서로 다른 모양의 셔츠와 바지가 각각 3개씩 있고, 각 옷의 색은 빨강과 초록 중 하나를 정한다. 한 인형에게 입힌 셔츠와 바지는 다른 인형에게 입히지 않는다. A인형의 셔츠와 바지의 색은 서로 다르게 정하고, B인형의 셔츠와 바지의 색도 서로 다르게 정한다. 이 게임에서 두 인형 A, B에게 셔츠와 바지를 입히고 색을 정할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? 126) [4점][2010년 수능]

① 252 ② 216 ③ 180
④ 144 ⑤ 108

127. 같은 종류의 사탕 5개를 3명의 아이에게 1개 이상씩 나누어 주고, 같은 종류의 초콜릿 5개를 1개의 사탕을 받은 아이에게만 1개 이상씩 나누어 주려고 한다. 사탕과 초콜릿을 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? 127) [3점][2010년 수능]

① 27 ② 24 ③ 21
④ 18 ⑤ 15

128. 어떤 사회봉사센터에서는 다음과 같은 4가지 봉사활동 프로그램을 매일 운영하고 있다.

프로그램	A	B	C	D
봉사활동 시간	1시간	2시간	3시간	4시간

철수는 이 사회봉사센터에서 5일간 매일 하나씩의 프로그램에 참여하여 다섯 번의 봉사활동 시간 합계가 8시간이 되도록 아래와 같은 봉사활동 계획서를 작성하려고 한다. 작성할 수 있는 봉사활동 계획서의 가짓수는? 128) [4점][2009년 수능]

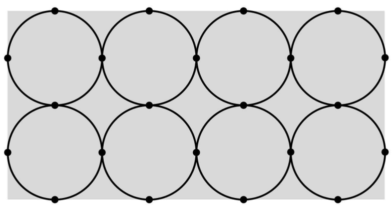
봉사활동 계획서

성명 :

참여일	참여프로그램	봉사활동시간
2009. 1. 5		
2009. 1. 6		
2009. 1. 7		
2009. 1. 8		
2009. 1. 9		
봉사활동시간 합계		8시간

① 47 ② 44 ③ 41
④ 38 ⑤ 35

129. 직사각형 모양의 잔디밭에 산책로가 만들어져 있다. 이 산책로는 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 원 8개가 서로 외접하고 있는 형태이다.



A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수를 구하시오. 129) (단, 원 위에 표시된 점은 원과 직사각형 또는 원과 원의 접점을 나타낸다.) [4점][2009년 수능]

130. 여섯 개의 문자 A, B, C, D, E, F를 모두 사용하여 만든 6자리 문자열 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 문자열의 개수는? 130)

> (가) A의 바로 다음 자리에 B가 올 수 없다.
> (나) B의 바로 다음 자리에 C가 올 수 없다.
> (다) C의 바로 다음 자리에 A가 올 수 없다.

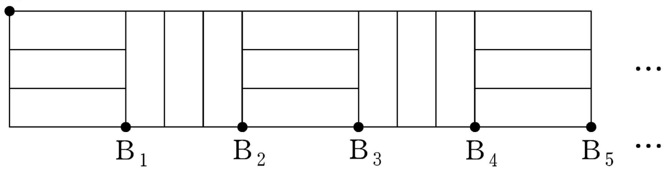
(예를 들어 CDFBAE는 조건을 만족시키지만 CDFABE는 조건을 만족시키지 않는다.)
[4점][2009년 수능]

① 380 ② 432 ③ 484
④ 536 ⑤ 598

131. 다음과 같이 정사각형을 가로 방향으로 3등분하여 [도형1]을 만들고, 세로 방향으로 3등분하여 [도형2]를 만든다.

[도형1] [도형2]

[도형1]과 [도형2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래와 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 첫 번째 붙여진 [도형1]의 왼쪽 맨 위 꼭지점을 A라 하고, [도형1]의 개수와 [도형2]의 개수를 합하여 n개 붙여 만든 도형의 오른쪽 맨 아래 꼭지점을 B_n이라 하자.



꼭지점 A에서 꼭지점 B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 할 때, a_3+a_7의 값은? 131) [4점][2008년 수능]

① 26 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 34

132. 1부와 2부로 나누어 진행하는 어느 음악회에서 독창 2팀, 중창 2팀, 합창 3팀이 모두 공연할 때, 다음 두 조건에 따라 7팀의 공연 순서를 정하려고 한다.

> (가) 1부에는 독창, 중창, 합창 순으로 3팀이 공연한다.
> (나) 2부에는 독창, 중창, 합창, 합창 순으로 4팀이 공연한다.

이 음악회의 공연 순서를 정하는 방법의 수는? 132)
[3점][2008년 수능]

① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

133. 서로 다른 5종류의 체험 프로그램을 운영하는 어느 수련원이 있다. 이 수련원의 프로그램에 참가한 A와 B가 각각 5종류의 체험 프로그램 중에서 2종류를 선택하려고 한다. A와 B가 선택하는 2종류의 체험 프로그램 중에서 한 종류만 같은 경우의 수를 구하시오. 133) [4점][2008년 수능]

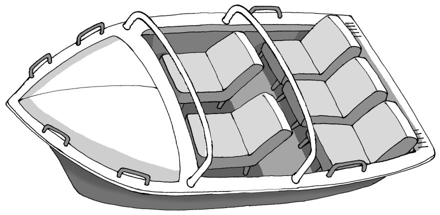
134. 9의 분할 중에서 홀수의 합으로만 만들어지는 서로 다른 분할의 형태의 개수는? 134) [3점][2008년 수능]

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

135. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공을 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 넣어진 공에 적힌 수의 합이 13 이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 방법의 수는? (단, 빈 상자의 경우에는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.)135)
[4점][2007년 수능]

① 233 ② 228 ③ 222
④ 215 ⑤ 211

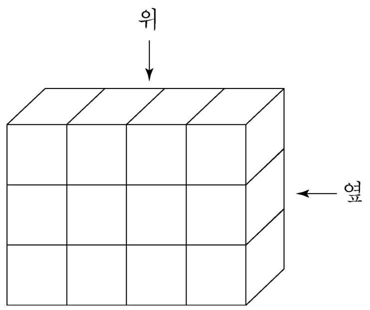
136. 어른 2명과 어린이 3명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 앞줄에 2개, 뒷줄에 3개의 의자가 있다. 어린이가 어른과 반드시 같은 줄에 앉을 때, 5명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하시오. 136)
[4점][2007년 수능]



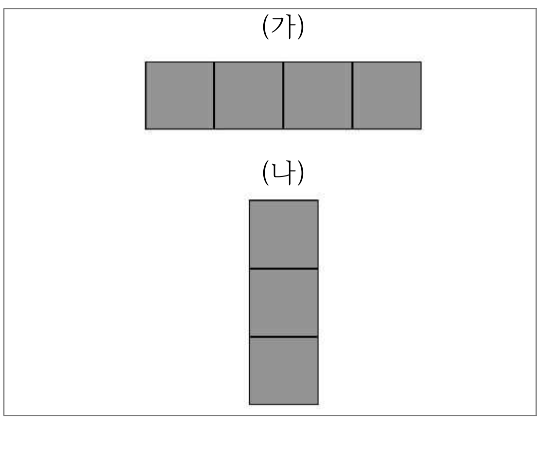
137. 같은 종류의 사탕 9개를 같은 종류의 봉지 5개에 빈 봉지가 없도록 나누어 넣는 방법의 수는? 137)
[3점][2007년 수능]

① 8 ② 7 ③ 6
④ 5 ⑤ 4

138. 다음 그림과 같이 크기가 같은 정육면체 모양의 투명한 유리 상자 12개로 직육면체를 만들었다.



이 중에서 4개의 유리 상자를 같은 크기의 검은 색 유리 상자로 바꾸어 넣은 직육면체를 위에서 내려다 본 모양이 (가), 옆에서 본 모양이 (나)와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수는? 138)
[4점][2006년 수능]



① 54 ② 48 ③ 42
④ 36 ⑤ 30

139. 1부터 30까지의 홀수 중에서 서로 다른 두 수를 선택할 때, 두 수의 합이 3의 배수가 되는 경우의 수는? 139) [4점][2006년 수능]

① 43 ② 41 ③ 39
④ 37 ⑤ 35

140. 네 사람이 다섯 곳의 휴양지 중에서 각각 하나의 휴양지를 임의로 선택한다고 할 때, 세 사람만 같은 휴양지를 선택하는 경우의 수를 구하시오. 140)
[4점][2006년 수능]

141. 네 종류의 사탕 중에서 15개를 선택하려고 한다. 초콜릿사탕은 4개 이하, 박하사탕은 3개 이상, 딸기사탕은 2개 이상, 버터사탕은 1개 이상을 선택하는 경우의 수를 구하시오. 141) (단, 각 종류의 사탕은 15개 이상씩 있다.) [4점][2006년 수능]

142. 여덟 개의 a와 네 개의 b를 모두 사용하여 만든 12자리 문자열 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 문자열의 개수는? 142) [4점][2005년 수능]

(가) b는 연속해서 나올 수 없다.
(나) 첫째 자리 문자가 b이면 마지막 자리 문자는 a이다.

① 70 ② 105 ③ 140
④ 175 ⑤ 210

143. 1, 2, 2, 4, 5, 5를 일렬로 배열하여 여섯 자리 자연수를 만들 때, 300000보다 큰 자연수의 개수를 구하시오. 143) [4점][2005년 수능]

144. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 서로소인 두 부분집합 A, B의 순서쌍 (A, B)의 개수는? 144) [3점][2005년 수능]

① 729 ② 720 ③ 243
④ 64 ⑤ 36

145. 세 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는? 145) [3점][2004년 수능]

① 58 ② 56 ③ 54
④ 52 ⑤ 50

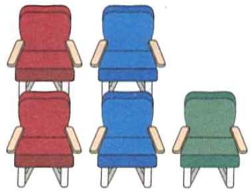
146. 다음은 인공적인 핵분열을 가상적으로 모형화시킨 것이다.

모든 불안정한 원자핵은 두 개의 핵으로 분열하고, 이 때 생긴 핵은 안정할 수도 있고 불안정할 수도 있다. 불안정한 핵은 다시 두 개의 핵으로 분열하고, 이 과정은 안정한 핵들만 남을 때까지 계속된다. 또한 불안정한 핵이 불안정할 때마다 100MeV의 에너지가 생성된다.

어떤 불안정한 원자핵 하나가 위와 같은 핵분열을 거듭한 결과 8개의 안정한 핵들만 남았다면, 이 핵분열 과정에서 생성되는 총 에너지는 몇 MeV인가? 146) [3점][1998년 수능]

① 800 ② 700 ③ 600
④ 500 ⑤ 400

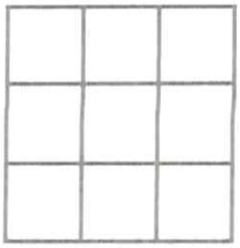
147. 오른쪽 그림과 같은 좌석에 다섯 명의 학생이 앉아 발레 공연의 일부를 관람했다. 10분간의 휴식 시간 후 2부 공연을 관람하기 위해 임의로 좌석에 앉을 때, 한 사람만 1부 공연에 앉은 열과 같은 열의 좌석에 앉게 되는 방법의 수를 구하여라. 147)



148. 다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개의 숫자를 이용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 12의 배수의 개수는? 148)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

149. 오른쪽 그림과 같이 정사각형을 9등분한 도형의 각 영역을 서로 다른 9가지 색을 모두 이용하여 칠하는 방법의 수는 $k \times 7!$이다. 이때 상수 k의 값을 구하여라. 149)



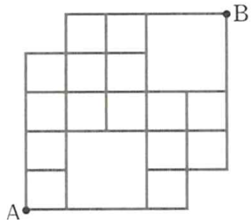
150. 집합 $X = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 $f : X \to X$의 개수를 구하여라. 150)

(가) $f(3)$의 값은 홀수이다. (나) $x < 3$이면 $f(x) > f(3)$이다. (다) $x > 3$이면 $f(x) < f(3)$이다.

151. 숫자 1, 2, 3을 전부 또는 일부 이용하여 네 자리의 비밀번호를 만들려고 한다. 2213, 1331과 같이 2나 3이 연속하는 것은 이용할 수 없다고 할 때, 만들 수 있는 비밀번호의 개수는? 151)

① 36 ② 41 ③ 45
④ 51 ⑤ 54

152. 아래 그림과 같은 도로망이 있다. A를 출발하여 B까지 최단 거리로 가는 방법의 수는? 152)

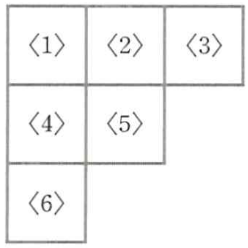


① 5 ② 15 ③ 50
④ 65 ⑤ 72

153. 아래 그림과 같이 거리가 1인 두 평행선 위에 1의 간격으로 점이 각각 5개씩 있을 때, 네 점을 꼭짓점으로 하여 만들 수 있는 사각형 중에서 넓이가 2인 것의 개수를 구하여라. [153]

154. 주머니 속에 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 구슬이 각각 1개, 1개, 1개, 2개, 3개가 들어 있다. 8개의 구슬 중에서 임의로 4개의 구슬을 동시에 꺼내어 네 자리 정수를 만들 때, 같은 숫자끼리는 이웃하지 않도록 하는 방법의 수를 구하여라. [154]

155. 어느 동물원에서 오른쪽 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣으려고 하는데 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣어야 한다. 예를 들어 〈1〉의 경우에는 〈2〉와 〈4〉가 이웃하는 우리이고, 〈3〉, 〈5〉, 〈6〉은 이웃하지 않는 우리이다. 이때 6마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수를 구하여라. [155]



156. 1부터 9까지의 9개의 자연수 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 일렬로 나열하여 세 자리 자연수를 만들 때, 각 자리의 숫자의 곱이 8의 배수가 되는 경우의 수를 구하여라. [156]

157. A, B, C 세 나라에서 각각 대표 3명씩을 뽑아 총 9명이 원탁에 앉아 회의를 하려고 한다. A, B 두 나라의 대표들만 자국의 대표끼리 이웃하게 앉는 방법의 수를 구하여라. 157)

158. 좌표평면 위의 점들의 집합
$S=\{(x,\ y)\,|\,x,\ y$는 정수$\}$가 있다. 집합 S에 속하는 한 점에서 S에 속하는 다른 점으로 이동하는 '점프'는 다음 규칙을 만족시킨다.

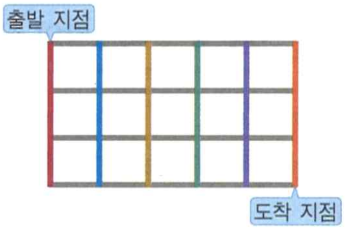
> 점 P에서 한 번의 점프로 점 Q로 이동할 때, 선분 PQ의 길이는 1 또는 $\sqrt{2}$이다.

점 A$(-3,\ 0)$에서 점 B$(3,\ 0)$까지 6번만 점프하여 이동하는 방법의 수를 구하여라.
(단, 이동하는 과정에서 지나는 점이 다르면 다른 경우이다.) 158)

159.
두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $Y=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$에 대하여 $f(1)\le f(2)\le f(3)<f(4)$를 만족시키는 함수 $f:X\rightarrow Y$의 개수를 구하여라. 159)

160. 흰 바둑돌과 검은 바둑돌을 합하여 8개의 바둑돌을 일렬로 나열할 때, 흰 바둑돌끼리 이웃하지 않도록 나열하는 방법의 수를 구하여라. (단, 흰 바둑돌은 2개 이상 있다.) 160)

161. 쥐의 지능을 테스트하기 위해 쥐를 오른쪽 그림과 같은 미로의 출발 지점에서부터 먹이가 있는 도착 지점까지 내려가게 하는 실험을 하려고 한다. 쥐는 학습에 의해 최단 거리로만 움직이고, 쥐가 아래쪽으로 한 칸씩 움직일 때마다 각 색에 해당하는 서로 다른 전자음이 울려 전자음 한 세트를 이룬다. 한 번의 실험에서 발생할 수 있는 서로 다른 전자음 세트의 개수를 구하여라. 161)



162. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 함수 $f : X \to Y$ 중에서 치역의 원소가 3개인 함수의 개수를 구하여라. 162)

163. $(x+a)^{10}$의 전개식에서 x^2, x^4, x^8의 계수가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a의 값을 구하여라. 163)

164. 자연수 N에 대하여

$N=9^2 \cdot {}_5\mathrm{C}_1+9^3 \cdot {}_5\mathrm{C}_2+9^4 \cdot {}_5\mathrm{C}_3+9^5 \cdot {}_5\mathrm{C}_4+9^6 \cdot {}_5\mathrm{C}_5$

일 때, N의 각 자리의 숫자의 합은? 164)

① 45 ② 46 ③ 47
④ 48 ⑤ 49

165. $(x+1)^8(2x-1)^5$의 전개식에서 계수가 가장 큰 항의 차수를 구하여라. 165)

166. 100 이하의 자연수 n 중에서 $\sum_{k=1}^{n} {}_nC_k$의 값이 5의 배수가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하여라. 166)

167. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$2^n \le {}_{2n}C_n \le 4^n$$

이 성립함을 증명하는 과정이다.

[증명]

${}_{2n}C_n \le \sum_{k=0}^{2n} {}_{2n}C_k$ 이므로

$${}_{2n}C_n \le \boxed{\text{(가)}}$$

…… ㉠

또 $1 \le k \le n$을 만족시키는 자연수 k에 대하여

$$\frac{n+k}{k} \ge \frac{k+k}{k} = 2$$

이므로

$${}_{2n}C_n = \boxed{\text{(나)}} \cdot \frac{n+(n-1)}{n-1} \cdot \cdots \cdot \frac{n+1}{1}$$

$$\ge 2^n$$

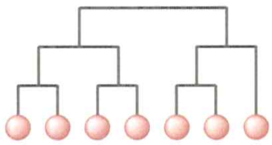
…… ㉡

따라서 ㉠, ㉡에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 수를 a라 할 때, $f(a)$의 값은? 167)

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

168. A, B를 포함한 7명의 선수가 오른쪽 그림과 같은 토너먼트 방식으로 시합을 가질 때, 두 선수 A, B가 준결승 또는 결승에서 만나도록 대진표를 작성하는 방법의 수는? 168)



① 90 ② 180 ③ 270 ④ 360 ⑤ 450

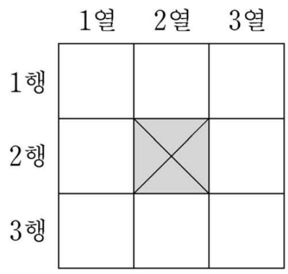
169. 어느 학교 전체 학생의 60%는 버스로, 나머지 40%는 걸어서 등교하였다. 버스로 등교한 학생의 $\frac{1}{20}$이 지각하였고, 걸어서 등교한 학생의 $\frac{1}{15}$이 지각하였다. 이 학교 전체 학생 중 임의로 선택한 1명의 학생이 지각하였을 때, 이 학생이 버스로 등교하였을 확률은? [169] [3점][2013년 수능]

① $\frac{3}{7}$　② $\frac{9}{20}$　③ $\frac{9}{19}$
④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{9}{17}$

170. 흰 공 4개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어, 꺼낸 2개의 공의 색이 서로 다르면 1개의 동전을 3번 던지고, 꺼낸 2개의 공의 색이 서로 같으면 1개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 2번 나올 확률은? [170] [3점][2013년 수능]

① $\frac{9}{28}$　② $\frac{19}{56}$　③ $\frac{5}{14}$
④ $\frac{3}{8}$　⑤ $\frac{11}{28}$

171. 다음 좌석표에서 2행 2열 좌석을 제외한 8개의 좌석에 여학생 4명과 남학생 4명을 1명씩 임의로 배정할 때, 적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정될 확률은 p이다. $70p$의 값을 구하시오. [171] (단, 2명이 같은 행의 바로 옆이나 같은 열의 바로 앞뒤에 있을 때 이웃한 것으로 본다.) [4점][2013년 수능]



172. 상자 A에는 빨간 공 3개와 검은 공 5개가 들어 있고, 상자 B는 비어 있다. 상자 A에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 빨간 공이 나오면 [실행1]을, 빨간 공이 나오지 않으면 [실행2]를 할 때, 상자 B에 있는 빨간 공의 개수가 1일 확률은? [172]

[실행1] 꺼낸 공을 상자 B에 넣는다. [실행2] 꺼낸 공을 상자 B에 넣고, 상자 A에서 임의로 2개의 공을 더 꺼내어 상자 B에 넣는다.

[3점][2012년 수능]

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{7}{12}$　③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{5}{6}$

173. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A에서 임의로 카드를 한 장 꺼내고, 3의 배수가 아니면 주머니 B에서 임의로 카드를 한 장 꺼낸다. 주머니에서 꺼낸 카드에 적힌 수가 짝수일 때, 그 카드가 주머니 A에서 꺼낸 카드일 확률은? [173] [3점][2012년 수능]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

174. 어느 디자인 공모 대회에서 철수가 참가하였다. 참가자는 두 항목에서 점수를 받으며, 각 항목에서 받을 수 있는 점수는 표와 같이 3가지 중 하나이다. 철수가 각 항목에서 점수 A를 받을 확률은 $\frac{1}{2}$, 점수 B를 받을 확률은 $\frac{1}{3}$, 점수 C를 받을 확률은 $\frac{1}{6}$이다. 관람객 투표 점수를 받는 사건과 심사 위원 점수를 받는 사건이 서로 독립일 때, 철수가 받는 두 점수의 합이 70일 확률은? [174] [3점][2011년 수능]

점수 / 항목	점수 A	점수 B	점수 C
관람객 투표	40	30	20
심사 위원	50	40	30

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{11}{36}$ ③ $\frac{5}{18}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

175. 한국, 중국, 일본 학생이 2명씩 있다. 이 6명이 그림과 같이 좌석번호가 지정된 6개의 좌석 중 임의로 1개씩 선택하여 앉을 때, 같은 나라의 두 학생끼리는 좌석 번호의 차가 1 또는 10이 되도록 앉게 될 확률은? [175] [4점][2011년 수능]

11	12	13
21	22	23

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

176. 남자 탁구 선수 4명과 여자 탁구 선수 4명이 참가한 탁구 시합에서 임의로 2명씩 4개의 조를 만들 때, 남자 1명과 여자 1명으로 이루어진 조가 2개일 확률은? [176] [3점][2011년 수능]

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{18}{35}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{24}{35}$ ⑤ $\frac{27}{35}$

177. 철수가 받은 전자우편의 10% 는 '여행'이라는 단어를 포함한다. '여행'을 포함한 전자우편의 50% 가 광고이고, '여행'을 포함하지 않은 전자우편의 20% 가 광고이다. 철수가 받은 한 전자우편이 광고일 때, 이 전자우편이 '여행'을 포함할 확률은? 177) [3점][2010년 수능]

① $\frac{5}{23}$ ② $\frac{6}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$
④ $\frac{8}{23}$ ⑤ $\frac{9}{23}$

178. 세 코스 A, B, C를 순서대로 한 번씩 체험하는 수련장이 있다. A코스에는 30개, B코스에는 60개, C코스에는 90개의 봉투가 마련되어 있고, 각 봉투에는 1장 또는 2장 또는 3장의 쿠폰이 들어 있다. 다음 표는 쿠폰 수에 따른 봉투의 수를 코스별로 나타낸 것이다.

쿠폰 수 / 코스	1장	2장	3장	계
A	20	10	0	30
B	30	20	10	60
C	40	30	20	90

각 코스를 마친 학생은 그 코스에 있는 봉투를 임의로 1개 선택하여 봉투 속에 들어있는 쿠폰을 받는다. 첫째 번에 출발한 학생이 세 코스를 모두 체험한 후 받은 쿠폰이 모두 4장이었을 때, B 코스에서 받은 쿠폰이 2 장일 확률은? 178) [3점][2010년 수능]

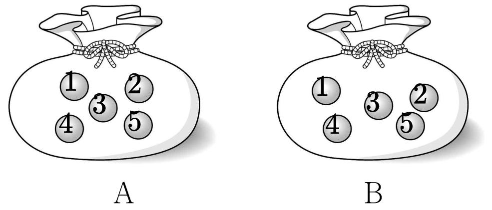
① $\frac{14}{23}$ ② $\frac{12}{23}$ ③ $\frac{10}{23}$
④ $\frac{8}{23}$ ⑤ $\frac{6}{23}$

179. 각 면에 1, 1, 1, 2, 2, 3 의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자를 던져 윗면에 적힌 수를 읽기로 한다. 이 상자를 3 번 던질 때, 첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4 이고 세 번째 나온 수가 홀수일 확률은? 179) [4점][2010년 수능]

① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{11}{54}$ ③ $\frac{2}{9}$
④ $\frac{13}{54}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

180. 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로 m, n이라 하자. $i^m \cdot (-i)^n$의 값이 1이 될 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. 180)
(단, $i=\sqrt{-1}$ 이고 p, q는 서로소인 자연수이다.)
[4점][2009년 수능]

181. 주머니 A와 B에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 다섯 개의 구슬이 각각 들어 있다. 철수는 주머니 A에서, 영희는 주머니 B에서 각자 구슬을 임의로 한 개씩 꺼내어 두 구슬에 적혀 있는 숫자를 확인한 후 다시 넣지 않는다.
이와 같은 시행을 반복할 때, 첫 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 서로 다르고, 두 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 같을 확률은? [181]
[4점][2009년 수능]



① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$

182. 정보이론에서는 사건 E가 발생했을 때, 사건 E의 정보량 $I(E)$가 다음과 같이 정의된다고 한다.

$$I(E)=-\log_2 \mathrm{P}(\mathrm{E})$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [182]
(단, 사건 E가 일어날 확률 $\mathrm{P}(\mathrm{E})$는 양수이고, 정보량의 단위는 비트이다.) [4점][2009년 수능]

[보 기]

ㄱ. 한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오는 사건을 E라 하면 $I(E)=1$이다.
ㄴ. 두 사건 A, B가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})>0$이면 $I(A\cap B)=I(\mathrm{A})+I(\mathrm{B})$이다.
ㄷ. $\mathrm{P}(\mathrm{A})>0$, $\mathrm{P}(\mathrm{B})>0$인 두 사건 A, B에 대하여 $2I(A\cup B)\le I(A)+I(B)$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

183. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합이 7 이상이고 9 이하일 확률은? [183] [3점][2009년 수능]

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{9}$
④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

184. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 6, 7, 8, 9, 10의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼냈다. 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 홀수일 때, 주머니 A에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수가 짝수일 확률은? [184] [3점][2008년 수능]

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{4}{13}$ ③ $\frac{3}{13}$
④ $\frac{2}{13}$ ⑤ $\frac{1}{13}$

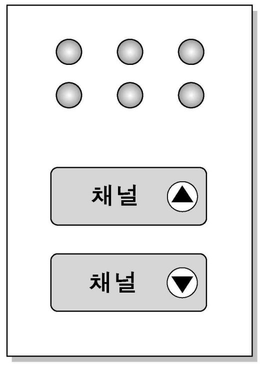
185. 6명의 학생 A, B, C, D, E, F를 임의로 2명씩 짝을 지어 3개의 조로 편성하려고 한다. A와 B는 같은 조에 편성되고, C와 D는 서로 다른 조에 편성될 확률은? [185] [4점][2008년 수능]

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$
④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

186. 여학생 4명과 남학생 2명이 어느 요양 시설에서 6명 모두가 하루에 한 명씩 6일 동안 봉사 활동을 하려고 한다. 이 6명의 학생이 봉사 활동 순번을 임의로 정할 때, 첫째 날 또는 여섯째 날에 남학생이 봉사 활동을 하게 될 확률은? [186] [3점][2008년 수능]

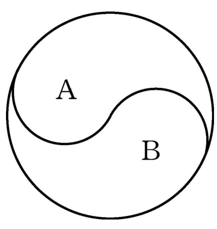
① $\frac{17}{30}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{19}{30}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

187. 채널이 1부터 100까지 설정된 텔레비전이 있다. 이 텔레비전의 리모콘의 일부는 아래 그림과 같고, 현재 켜져 있는 채널은 50이다. 채널증가 버튼 채널▲과 채널감소 버튼 채널▼ 두 개 중 한 번에 한 개의 버튼을 임의로 여섯 번 누를 때, 채널이 다시 50이 될 확률은? (단, 버튼을 한 번 누르면 채널은 1씩 변한다.) [187] [4점][2007년 수능]



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

188. 각 면에 1, 1, 1, 2의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 던져서 밑면에 적힌 숫자가 1이면 오른쪽 그림의 영역 A에, 숫자가 2이면 영역 B에 색을 칠하기로 하였다. 두 영역에 색이 모두 칠해질 때까지 이 상자를 계속 던질 때, 3번째에 마칠 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오.(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [188] [4점][2006년 수능]



189. 어느 학급은 남학생 18명, 여학생 16명으로 이루어져 있다. 이 학급의 모든 학생은 중국어와 일본어 중 한 과목만 수업을 받는다고 한다. 남학생 중에서 중국어 수업을 받는 학생은 12명이고, 여학생 중에서 일본어 수업을 받는 학생은 7명이다. 이 학급에서 선택된 한 학생이 중국어 수업을 받는다고 할 때, 이 학생이 여학생일 확률은? 189) [3점][2006년 수능]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$
④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

190. 상자 A에는 빨간 공 1개, 흰 공 2개가 들어 있고, 상자 B에는 빨간 공 2개, 흰 공 1개가 들어 있다. 갑은 을이 모르게 두 상자 A, B 중에서 하나를 선택한 후, 그 상자에서 공을 한 번에 한 개씩 복원추출로 5번 꺼내었다. 을은 갑이 꺼낸 공에서 빨간 공이 나온 횟수를 세어 갑이 어느 상자를 선택하였는지 다음과 같은 방법으로 판단하기로 하였다.

(가) 빨간 공이 3회 이하 나온 경우
　'갑이 상자 A를 선택하였다.'라고 판단한다.
(나) 빨간 공이 4회 이상 나온 경우
　'갑이 상자 B를 선택하였다.'라고 판단한다.

갑이 상자 B를 선택하였을 때, 을의 판단이 틀릴 확률은? 190) [4점][2006년 수능]

① $\frac{232}{3^5}$ ② $\frac{64}{3^4}$ ③ $\frac{131}{3^5}$
④ $\frac{20}{3^4}$ ⑤ $\frac{17}{3^4}$

191. 키가 서로 다른 네 사람이 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 앞에서 세 번째 사람이 자신과 이웃한 두 사람보다 키가 작을 확률은? 191) [3점][2005년 수능]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

192. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 한 주사위 눈의 수가 다른 주사위 눈의 수의 배수가 될 확률은? 192)
[4점][2005년 수능]

① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{11}{18}$
④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

193. 빨간 공 5개, 노란 공 4개, 파란 공 2개, 흰 공 9개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 공을 하나 꺼내어 색깔을 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼내는 순서에 관계없이 빨간 공, 노란 공, 파란 공을 각각 하나씩 꺼낼 확률은? 193)
[3점][2005년 수능]

① $\frac{1}{200}$ ② $\frac{3}{100}$ ③ $\frac{7}{100}$
④ $\frac{11}{100}$ ⑤ $\frac{11}{20}$

194. A와 B 두 팀이 축구 경기에서 연장전까지 0 : 0 으로 승부를 가리지 못하여 승부차기를 하였다. 각 팀당 5명의 선수가 A팀부터 시작하여 1명씩 교대로 승부차기를 할 때, B팀이 5 : 4로 이길 확률은? 194) (단, 각 선수의 승부차기는 독립시행이고 성공할 확률은 0.8이다.) [3점][2003년 수능]

① 0.2×0.8^8 ② 0.8^8 ③ 0.2×0.8^9
④ 0.8^9 ⑤ 0.8^{10}

195. 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어있는 상자에서 1개의 공을 꺼내어 그것이 흰 공이면 동전을 3회 던지고 검은 공이면 동전을 4회 던질 때, 앞면이 3회 나올 확률은? 195) (단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.) [3점][1999년 수능]

① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{7}{16}$
④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

196. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{8},\ \mathrm{P}(B^c|A)=2\mathrm{P}(B|A)$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? 196)
(단, B^c은 B의 여사건이다.) [3점][2013년 수능]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{7}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

197. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

$$\mathrm{P}(A \cup B)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(A \mid B)=\frac{3}{8}$$

일 때, $\mathrm{P}\left(A \cap B^c\right)$ 의 값은? 197)
(단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점][2012년 수능]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

198. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고,

$P(A)=\frac{2}{3}$, $P(A \cap B)=P(A)-P(B)$ 일 때,

$P(B)$의 값은? 198) [3점][2011년 수능]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

199. 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)$, $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{9}$일 때, $\mathrm{P}(A \cup B)$의 값은? 199) [3점][2010년 수능]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

200. 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{1}{2}$,

$\mathrm{P}(\mathrm{B}^{\mathrm{C}})=\frac{2}{3}$이며 $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=\frac{1}{6}$일 때, $\mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}}|\mathrm{B})$의 값은? 200) (단, A^{C}은 A의 여사건이다.)
[3점][2009년 수능]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

201. 두 사건 A, B가 서로 독립이고

$P(A^C)=P(B)=\frac{1}{3}$일 때, $P(A\cap B)$의 값은? (단, A^C는 A의 여사건이다.) 201) [3점][2008년 수능]

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

202. 두 사건 A, B에 대하여

$P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{2}{3}$, $A\subset B$일 때, $P(A|B)$의 값은? 202) [3점][2007년 수능]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

203. 3개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 동전이 1개 이하인 사건을 A, 동전 3개가 모두 같은 면이 나오는 사건을 B라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? 203) [4점][2007년 수능]

[보 기]

ㄱ. $P(A)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $P(A\cap B)=\frac{1}{8}$

ㄷ. 사건 A와 사건 B는 서로 독립이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

204. 서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여

$P(A\cap B)=2P(A\cap B^c)$, $P(A^c\cap B)=\frac{1}{12}$일 때, $P(A)$의 값은? 204) (단, $P(A)\neq 0$이다.)
[3점][2007년 수능]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

205. 사건 전체의 집합 S의 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고, $A \cup B = S$, $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = 2\mathrm{P}(\mathrm{B})$일 때, $\mathrm{P}(\mathrm{A})$의 값은? 205) [3점][2006년 수능]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

206. 다음은 어느 회사에서 전체 직원 360명을 대상으로 재직 연수와 새로운 조직 개편안에 대한 찬반 여부를 조사한 표이다.

(단위 : 명)

찬반 여부 / 재직 연수	찬성	반대	계
10년 미만	a	b	120
10년 이상	c	d	240
계	150	210	360

재직 연수가 10년 미만일 사건과 조직 개편안에 찬성할 사건이 서로 독립일 때, a의 값을 구하시오. 206)
[4점][2005년 수능]

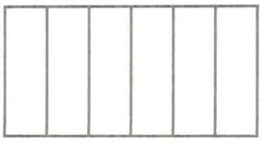
207. 집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10\}$의 임의의 두 원소 m, n에 대하여 $3^m + 4^n$이 5로 나누어떨어질 확률은? 207)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{3}{25}$ ⑤ $\frac{6}{25}$

208. 두 개의 주사위 A, B를 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, 두 원
$(x-a)^2 + (y-a)^2 = 2,\ (x-b)^2 + (y-b)^2 = 18$
이 서로 다른 두 점에서 만날 확률은? 208)

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{5}{36}$
④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

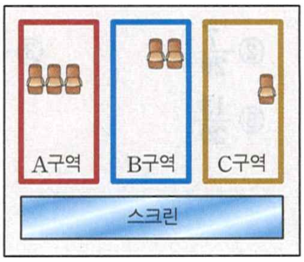
209. 오른쪽 그림과 같은 6개의 영역을 빨강, 파랑, 노랑 3가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 이때 이웃하는 영역을 서로 다른 색으로 칠할 확률을 구하여라. 209)



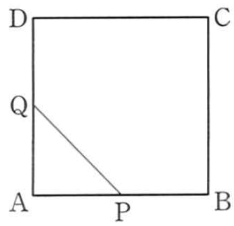
210. 올해 S회사에 입사한 신입사원은 남자 6명, 여자 3명이다. 신입사원들을 서로 다른 3개의 부서에 3명씩 배치할 때, 남자 직원이 각 부서에 2명씩 배치될 확률은? 210)

① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{7}$
④ $\frac{9}{28}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

211. 어느 영화 상영관의 빈 좌석이 다음 그림과 같이 A구역에 3개, B구역에 2개, C구역에 1개 남아 있다. 남아 있는 빈 좌석 중에서 남자 관객 2명과 여자 관객 2명에게 임의로 좌석을 배정할 때, 여자 관객 2명은 같은 구역에 이웃하여 앉고, 남자 관객 2명은 서로 다른 구역에 앉도록 배정될 확률을 구하여라. 211)



212. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 오른쪽 그림과 같이 두 변 AB, AD 위에 각각 점 P, Q를 잡을 때, 두 점 P, Q 사이의 거리가 1 이상일 확률은? 212)



① $1-\frac{\pi}{4}$ ② $1-\frac{\pi}{5}$ ③ $\frac{\pi}{6}$
④ $\frac{\pi}{5}$ ⑤ $\frac{\pi}{4}$

213. 각 면에 1부터 6까지의 숫자가 각각 하나씩 적혀 있는 육면체를 한 번 던질 때, 바닥에 놓인 면에 각 숫자가 나올 확률은 다음과 같다. 이 육면체를 한 번 던질 때, 5가 나올 확률을 구하여라. 213)

(가) 1, 2, 3, 4가 나올 확률은 모두 같다. (나) 5가 나올 확률은 1이 나올 확률의 2배이다. (다) 6이 나올 확률은 5가 나올 확률의 2배이다.

214. 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 카드에 적힌 수를 a라 하자. 이때 x에 대한 이차방정식 $6x^2-5ax+a^2=0$이 정수인 해를 가질 확률은? 214)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{7}{20}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{13}{20}$

215. 흰 공 4개, 검은 공 3개, 노란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 중에서 임의로 n개의 공을 동시에 꺼내는 시행에서 n개 모두 같은 색의 공이 나올 확률을 $\mathrm{P}(n)$이라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? 215)

<보 기>

ㄱ. $\mathrm{P}(2)=\frac{7}{18}$

ㄴ. $\mathrm{P}(3)=\frac{5}{84}$

ㄷ. $\mathrm{P}(4)=\frac{1}{126}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

216. 1부터 6까지의 번호가 각각 하나씩 적혀 있는 6개의 전구 중에서 2개는 불이 켜져 있다. 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수와 같은 번호의 전구가 켜져 있으면 끄고, 꺼져 있으면 켜는 것을 1회 시행이라 하자. 이러한 시행을 2번 반복한 후 불이 켜져 있는 전구가 2개일 확률을 구하여라. 216)

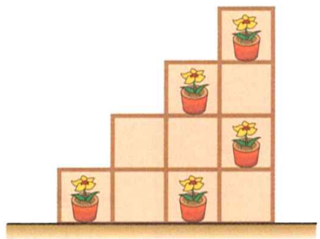
217. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 공을 하나씩 꺼내는 시행을 반복할 때, 나온 공에 적힌 수의 합이 5의 배수가 되면 이 시행을 멈추기로 한다. 세 번 이상 공을 꺼낼 확률은?
(단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) 217)

① $\frac{5}{9}$　② $\frac{28}{45}$　③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{32}{45}$　⑤ $\frac{7}{9}$

218. 집합 $X=\{1,\ 2\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3\}$, $Z=\{0,\ 1\}$에 대하여 일대일함수 $f : X \to Y$ 중에서 임의로 하나를 택하고, 치역이 Z인 함수 $g : Y \to Z$ 중에서 임의로 하나를 택하여 합성함수 $g \circ f : X \to Z$를 만들 때, 이 합성함수의 치역이 Z일 확률은? 218)

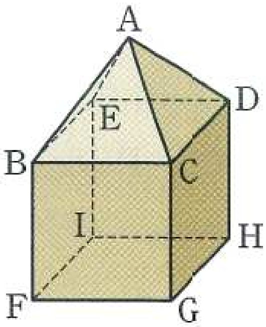
① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{3}{4}$

219. 다음 그림과 같이 똑같은 크기의 정사각형 10개로 이루어진 화분 진열대가 있다. 똑같은 화분 5개를 한 칸에 1개씩 임의로 놓을 때, 어느 두 개의 화분도 서로 이웃하지 않을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. 서로소인 두 자연수 p, q에 대하여 $p+q$의 값을 구하여라.
(단, 두 개의 화분이 서로 이웃한다는 것은 화분이 들어 있는 사각형들이 한 변을 공유한다는 뜻이다.) 219)



220. 1부터 9까지의 숫자 중에서 임의로 서로 다른 세 수를 택할 때, 세 수의 곱이 10의 배수일 확률을 구하여라. 220)

221. 아래 입체도형은 모서리의 길이가 같은 정육면체 BCDE－FGHI와 정사각뿔 A－BCDE를 한 면이 서로 포개어 지도록 붙여 놓은 것이다. 이 입체도형에서 임의로 서로 다른 두 꼭짓점을 택할 때, 이 두 점이 서로 다른 모서리 위에 있을 확률을 구하여라. 221)



222. 서로 다른 3개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 세 눈의 수의 합이 8의 배수가 아닐 확률을 구하여라. 222)

223. 두 사건 A, B가 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4},\ \mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\,|\,B^C)$를 구하여라. 223)

224. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A^C)=\frac{1}{4},\ \mathrm{P}(B^C\,|\,A)=\frac{1}{2}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$는? 224)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

225. 여학생 200명과 남학생 300명을 대상으로 두 영화 A, B의 관람 여부를 조사했더니, 모든 학생은 적어도 한 편의 영화를 관람했다. A영화를 관람한 270명의 학생 중에서 여학생은 125명이었고, B영화를 관람한 290명의 학생 중에서 여학생은 110명이었다. 이 중에서 임의로 한 명을 뽑았더니 두 영화 A, B를 모두 관람한 학생이었을 때, 이 학생이 남학생일 확률을 구하여라. 225)

226. 오른쪽 표는 어느 음악 동호회에서 두 노래 S, T의 선호도를 조사한 것이다. 전체 회원 중에서 임의로 뽑은 한 명이 여자 회원일 때, 이 회원이 S노래를 선호할 확률은 $\frac{1}{6}$이다. 이때 x의 값을 구하여라. 226)

(단위 : 명)

	남	여
S	5	x
T	25	15

227. 15개의 송편 중에서 3개에는 콩이 들어 있고, 12개에는 깨가 들어 있다. 용균이와 미림이의 순서로 송편을 한 개씩 먹을 때, 용균이는 콩이 들어 있는 송편을 먹고, 미림이는 깨가 들어 있는 송편을 먹을 확률은? 227)

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{6}{35}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{9}{35}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

228. 흰 공 n개, 빨간 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 첫 번째는 흰 공, 두 번째는 빨간 공이 나올 확률이 $\frac{1}{4}$이다. 이때 모든 n의 값의 합은? 228)
(단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

229. 어떤 의사가 암에 걸린 사람을 암에 걸렸다고 진단할 확률은 $90\,\%$이고, 암에 걸리지 않은 사람을 암에 걸렸다고 오진할 확률은 $5\,\%$이다. 암에 걸린 사람과 암에 걸리지 않은 사람의 비율이 각각 $20\,\%$, $80\,\%$인 집단에서 임의로 한 사람을 택하여 이 의사가 진단했을 때, 그 사람을 암에 걸렸다고 진단할 확률은? [229]

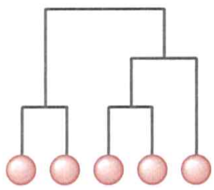
① 0.18　　② 0.22　　③ 0.26
④ 0.3　　⑤ 0.34

230. 어떤 조사에 따르면 성이 김씨인 사람의 비율이 A 지역은 $\frac{1}{4}$, B 지역은 $\frac{1}{6}$이라 한다. A 지역의 사람 25명과 B 지역의 사람 15명 중에서 임의로 한 명을 뽑을 때, 그 사람의 성이 김씨일 확률은? [230]

① $\frac{3}{16}$　　② $\frac{7}{32}$　　③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{9}{32}$　　⑤ $\frac{5}{16}$

231. 양면이 모두 빨간색인 카드, 양면이 모두 검은색인 카드, 한 명은 빨간색이고 다른 면은 검은색인 카드가 각각 한 장씩 들어 있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 바닥에 놓았다. 바닥에 놓인 카드의 윗면이 빨간색일 때, 다른 면은 검은색일 확률을 구하여라. [231]

232. 갑을 포함한 5명이 오른쪽 그림과 같은 대진표에 따라 온라인 게임을 한다. 갑이 우승했을 때, 세 번 시합했을 확률은? (단, 비기는 경우는 없고, 모든 시합에서 이길 확률과 질 확률은 같다.) [232]



① $\frac{1}{20}$　　② $\frac{3}{20}$　　③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$　　⑤ $\frac{2}{5}$

233. 1, 2, 3, $\cdots$, 15가 각각 하나씩 적힌 15개의 공이 들어 있는 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 홀수가 적힌 공이 나오는 사건을 A, 짝수가 적힌 공이 나오는 사건을 B, 소수가 적힌 공이 나오는 사건을 C라 한다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? 233)

| 보 기 |

ㄱ. A와 B는 서로 배반사건이다.
ㄴ. A와 C는 서로 독립이다.
ㄷ. B와 C는 서로 종속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

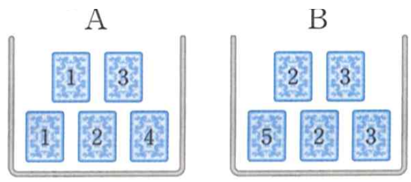
234. 두 사건 A, B에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? 234)

| 보 기 |

ㄱ. $A=B^c$이면 A와 B는 서로 배반사건이다.
ㄴ. $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$
ㄷ. 두 사건 A, B가 서로 독립이면 $\{1-\mathrm{P}(A)\}\{1-\mathrm{P}(B)\}=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

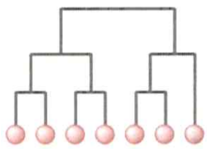
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

235. 다음 그림과 같이 두 상자 A, B에 숫자가 적힌 카드가 각각 5장씩 들어 있다. A, B에서 각각 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 카드에 적힌 두 수의 합이 짝수일 확률은? 235)



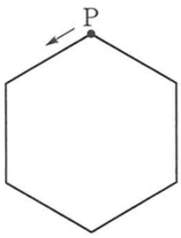
① $\dfrac{9}{25}$ ② $\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{11}{25}$
④ $\dfrac{12}{25}$ ⑤ $\dfrac{13}{25}$

236. 대한민국과 일본을 포함한 7개의 나라가 참가하는 국제 축구 대회가 오른쪽 그림과 같은 토너먼트 방식으로 진행된다. 대한민국이 부전승으로 먼저 배정되어 있고, 나머지 6개 나라를 추첨으로 배정하여 시합을 할 때, 대한민국과 일본이 시합을 하게 될 확률은? (단, 비기는 경우는 없고, 모든 시합에서 이길 확률과 질 확률은 같다.) 236)



① $\dfrac{5}{24}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{13}{48}$
④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{12}$

237. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형의 한 꼭짓점을 출발하여 변을 따라 시계바늘이 도는 반대 방향으로 움직이는 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 2만큼, 그 외의 눈이 나오면 1만큼 점 P를 움직인다. 주사위를 5번 던질 때, 점 P가 처음 출발 위치로 돌아올 확률을 구하여라. 237)



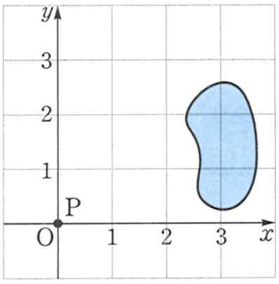
238. 어느 음료수 회사에서 이벤트로 음료수 10병 중에서 1병의 비율로 병뚜껑에 '한 병 더'라는 글씨를 새겨, 이 뚜껑을 가져온 고객에게는 음료수 한 병을 경품으로 준다고 한다. 이 음료수를 3병 구입한 사람이 경품으로 1병의 음료수를 받을 확률이 $\dfrac{3^k}{10^4}$일 때, 상수 k의 값을 구하여라. 238)

239. A대학교의 졸업시험은 2번까지 기회가 주어지는데 1차 시험은 모두 치러야 하고, 1차 시험을 통과하지 못한 학생은 2차 시험을 치러야만 한다. 이 대학교 학생 5명이 1차 시험을 치렀을 때 각 학생이 1차 시험에 통과할 확률은 $\dfrac{1}{4}$이고, 2차 시험을 치렀을 때 각 학생이 2차 시험에 통과할 확률은 $\dfrac{1}{3}$이라 하자. 5명의 학생 중에서 3명만 졸업시험에 통과할 확률이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값은? 239)
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

240. 3부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어있는 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 소수가 적힌 공이면 동전을 3번, 짝수가 적힌 공이면 동전을 4번 던진다. 이때 동전의 앞면이 3번 나올 확률을 구하여라. 240)

241. 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 원점에 점 P가 있다. 주사위를 한번 던져 4 이하의 눈이 나오면 x축의 양의 방향으로 1만큼, 그 이외의 눈이 나오면 y축의 양의 방향으로 1만큼 점 P를 움직인다. 주사위를 계속 던진다고 할 때, 점 P가 색칠한 부분을 지날 확률은? 241)



① $\frac{14}{27}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{16}{27}$
④ $\frac{17}{27}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

242. 공항의 입국 심사대에서 금속 탐지기로 승객들을 조사하고 있다. 이 금속 탐지기가 금속을 지닌 승객을 금속을 지녔다고 적발할 확률은 96%이고, 금속을 지니지 않은 승객을 금속을 지녔다고 잘못 적발할 확률은 4%이다. 금속을 지닌 승객 40명과 금속을 지니지 않은 승객 60명을 이 금속 탐지기로 조사할 때, 금속을 지녔다고 적발된 사람이 실제로 금속을 지니고 있을 확률을 구하여라. 242)

243. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드 중에서 임의로 한 장의 카드를 뽑을 때, n의 배수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 A_n이라 하자. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? 243)

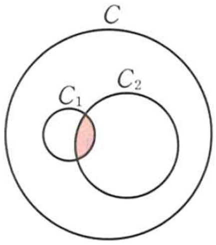
| 보 기 |

ㄱ. A_4와 A_6은 서로 배반사건이다.
ㄴ. A_2와 A_5는 서로 독립이다.
ㄷ. 10 이하의 자연수 m, n에 대하여 m이 n의 약수이면 A_m과 A_n은 서로 종속이다. (단, $m \neq 1$)

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

244. 두 사건 A, B가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{9}$일 때, $\mathrm{P}(A^c \cap B^c)$의 최댓값을 구하여라. 244)

245. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 8인 원 C 안에 반지름의 길이가 각각 2, 4인 원 C_1, C_2가 있다. 원 C의 내부의 임의의 점을 택하는 시행에서 원 C_1, C_2의 내부의 점을 택하는 사건을 각각 A, B라 하자. 두 사건 A, B가 서로 독립일 때, 두 원 C_1, C_2의 공통부분의 넓이는? 245)

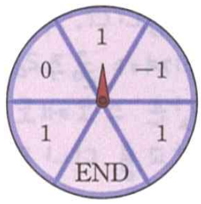


① $\frac{\pi}{2}$　② π　③ $\frac{3}{2}\pi$
④ 2π　⑤ $\frac{5}{2}\pi$

246. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수 n에 대하여 $f(n)=(-i)^n$이라 하자. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 수를 각각 n_1, n_2라 할 때, $f(n_1)+f(n_2)=0$일 확률을 구하여라.
(단, $i=\sqrt{-1}$) 246)

247. 한 개의 주사위를 60번 던질 때, 6의 약수가 k번 나올 확률을 $\mathrm{P}(k)$라 하자. 이때 $\sum_{k=1}^{30}\{\mathrm{P}(2k-1)-\mathrm{P}(2k)\}$의 값을 구하여라. 247)

248. 오른쪽 그림과 같이 6등분된 원판에 -1, 0, 1, END가 적혀 있다. 이 원판을 회전시켜 다음 규칙에 따라 수직선 위의 원점에 있는 점 P를 움직이는 시행을 최대 4번 할 수 있다.



(가) 화살표가 1을 가리키면 점 P는 양의 방향으로 1만큼 움직인다.
(나) 화살표가 -1을 가리키면 점 P는 음의 방향으로 1만큼 움직인다.
(다) 화살표가 0을 가리키면 점 P는 움직이지 않는다.
(라) 화살표가 END를 가리키면 시행을 멈춘다.

점 P의 좌표가 2인 상황에서 시행이 끝났을 때, 마지막 시행에서 화살표가 END를 가리켰을 확률은? 248)
(단, 화살표는 경계선에서 멈추지 않는다.)

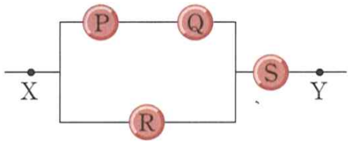
① $\frac{1}{6}$　② $\frac{9}{48}$　③ $\frac{7}{27}$
④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{5}{12}$

249. 수학, 영어는 각각 3시간씩, 국어, 사회, 과학은 각각 2시간씩 배정하여 오른쪽 표와 같이 3일 동안 12시간의 시간표를 임의로 만들려고 한다. 같은 요일에 같은 과목을 2시간 이상 배치하지 않고 시간표를 만들었을 때, 월, 수, 금 모두 1교시가 수학 또는 영어일 확률을 구하여라. 249)

	월	수	금
1교시			
2교시			
3교시			
4교시			

250. A주머니에는 흰 공 2개, 검은 공 5개가 들어 있고, B주머니에는 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있다. A주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 B주머니에 넣은 다음, 다시 B주머니에서 한 개의 공을 꺼내기로 한다. B에서 꺼낸 공이 흰 공일 때, A에서 B로 옮겨진 공이 흰 공일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. 서로소인 두 자연수 p, q에 대하여 $10p+q$의 값을 구하여라. 250)

251. 오른쪽 그림과 같이 독립적으로 작동하는 네 개의 스위치 P, Q, R, S를 포함하는 회로가 있다. 각 스위치가 ON일 확률이 $\frac{1}{2}$일 때, X에서 Y로 전류가 흐를 확률을 구하여라. 251)

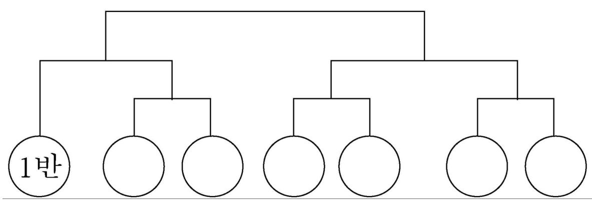


252. 이길 확률이 같은 두 사람 A, B가 게임을 하여 먼저 5번 이기는 사람이 상금을 모두 갖기로 하였다. 5번의 게임에서 A가 3번, B가 2번 이겼을 때, A가 상금을 모두 가질 확률을 구하여라. 252)
(단, 비기는 경우는 없다.)

253. 2개의 당첨제비가 포함되어 있는 10개의 제비 중에서 임의로 3개의 제비를 동시에 뽑을 때, 적어도 한 개가 당첨제비일 확률은? 253)
[3점][2005년 9월]

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

254. 3학년에 7개의 반이 있는 어느 고등학교에서 토너먼트 방식으로 축구 시합을 하려고 하는데 이미 1반은 부전승으로 결정되어 있다. 다음과 같은 형태의 대진표를 만들어 시합을 할 때, 1반과 2반이 축구 시합을 할 확률은? (단, 각 반이 시합에서 이길 확률은 모두 $\frac{1}{2}$이고, 기권하는 반은 없다고 한다.) 254)
[3점][2006년 6월]



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

255. 어느 반에서 후보로 추천된 A, B, C, D 네 학생 중에서 반장과 부반장을 각각 한 명씩 임의로 뽑으려고 한다. A 또는 B가 반장으로 뽑혔을 때, C가 부반장이 될 확률은? 255)
[3점][2006년 6월]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

256. 9개의 수
2^1, 2^2, 2^3, $\cdots$, 2^9이 오른쪽 표와 같이 배열되어 있다. 각 행에서 한 개씩 임의로 선택한 세 수의 곱을 3으로 나눈 나머지가 1이 될 확률은? 256) [4점][2006년 9월]

2^1	2^2	2^3
2^4	2^5	2^6
2^7	2^8	2^9

① $\frac{10}{27}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{14}{27}$
④ $\frac{16}{27}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

257. 어느 학급은 35명으로 이루어져 있다. 이 학급의 모든 학생 중 대학수학능력시험 사회탐구 영역에서 국사를 선택한 학생은 22명이고 세계사를 선택한 학생은 17명이다. 국사와 세계사 중 어느 것도 선택하지 않은 학생은 4명이다. 이 학급에서 한 명의 학생을 뽑을 때, 이 학생이 국사와 세계사를 모두 선택하였을 확률은? 257)
[3점][2006년 9월]

① $\frac{6}{35}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{8}{35}$
④ $\frac{9}{35}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

258. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적힌 10개의 구슬이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼내어 그 구슬에 적힌 수를 m이라 할 때, 직선 $y=m$과 포물선
$y=-x^2+5x-\frac{3}{4}$이 만나도록 하는 수가 적힌 구슬을 꺼낼 확률은? 258)
[4점][2007년 6월]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

259. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따른다. 확률변수 $2X-5$의 평균과 표준편차가 각각 175와 12일 때, n의 값은? 259)
[3점][2013년 수능]

① 130 ② 135 ③ 140
④ 145 ⑤ 150

260. 한 개의 주사위를 20번 던질 때 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하고, 한 개의 동전을 n번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 Y라 하자. Y의 분산이 X의 분산보다 크게 되도록 하는 n의 최솟값을 구하시오. 260) [4점][2008년 수능]

261. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(100,\ \frac{1}{5}\right)$을 따를 때, 확률변수 $3X-4$의 표준편차는? 261)
[3점][2006년 수능]

① 12 ② 15 ③ 18
④ 21 ⑤ 24

262. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수 a에 대하여 직선 $y=ax$와 곡선 $y=x^2-2x+4$가 서로 다른 두 점에서 만나는 사건을 A라 하자. 한 개의 주사위를 300회 던지는 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 할 때, X의 평균 $\mathrm{E}(\mathrm{X})$는? 262)
[4점][2008년 9월]

① 100 ② 150 ③ 180
④ 200 ⑤ 240

263. 어느 창고에 부품 S가 3개, 부품 T가 2개 있는 상태에서 부품 2개를 추가로 들여왔다. 추가된 부품은 S 또는 T이고, 추가된 부품 중 S의 개수는 이항분포 $B\left(2,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다. 이 7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T일 때, 추가된 부품이 모두 S였을 확률은? 263) [4점][2009년 6월]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

264. 확률변수 X가 이항분포 $B(10,\ p)$를 따르고,

$$P(X=4)=\frac{1}{3}P(X=5)$$

일 때, $E(7X)$의 값을 구하시오.(단, $0<p<1$)264)
[3점][2009년 9월]

265. 두 사람 A와 B가 각각 주사위를 한 개씩 동시에 던지는 시행을 한다. 이 시행에서 나온 두 주사위의 눈의 수의 차가 3보다 작으면 A가 1점을 얻고, 그렇지 않으면 B가 1점을 얻는다. 이와 같은 시행을 15회 반복할 때, A가 얻는 점수의 합의 기댓값과 B가 얻는 점수의 합의 기댓값의 차는? 265)
[4점][2010년 9월]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

266. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(6,\ \frac{2}{3}\right)$를 따를 때, $\mathrm{V}(-3X+2)$의 값은? 266) [3점][2012년 9월]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

267. 확률변수 X의 확률변수를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$2a$	1

$\mathrm{E}(4X+10)$의 값은? 267) [3점][2012년 수능]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

268. 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-1	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{3-a}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3+a}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$P(0 \le X \le 2) = \frac{7}{8}$ 일 때, 확률변수 X의 평균 $E(X)$의 값은? 268) [3점][2011년 수능]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

269. 동전 2개를 동시에 던지는 시행을 10회 반복할 때, 동전 2개 모두 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하자. 확률변수 $4X+1$의 분산 $V(4X+1)$의 값을 구하시오. 269) [3점][2011년 수능]

270. 이산확률변수 X의 확률질량함수가

$P(X=x)=\dfrac{ax+2}{10} \quad (x=-1,\ 0,\ 1,\ 2\ )$

일 때, 확률변수 $3X+2$의 분산 $V(3X+2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) 270) [4점][2011년 수능]

① 9 ② 18 ③ 27
④ 36 ⑤ 45

271. 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

확률변수 $7X$의 분산 $V(7X)$의 값은? 271) [3점][2010년 수능]

① 14 ② 21 ③ 28
④ 35 ⑤ 42

272. 어느 수학 반에 남학생 3 명, 여학생 2 명으로 구성된 모둠이 10 개 있다. 각 모둠에서 임의로 2 명씩 선택할 때, 남학생들만 선택된 모둠의 수를 확률변수 X라고 하자. X의 평균 $\mathrm{E}(X)$의 값은? (단, 두 모둠 이상에 속한 학생은 없다.) 272) [3점][2010년 수능]

① 6 ② 5 ③ 4
④ 3 ⑤ 2

273. 두 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 나오는 각각의 눈의 수 m, n에 대하여 $m^2+n^2 \le 25$가 되는 사건을 E라 하자.
두 주사위 A, B를 동시에 던지는 12회의 독립시행에서 사건 E가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 할 때, X의 분산 $V(X)$는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.[273)]
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)
[4점][2009년 수능]

274. 한 개의 동전을 세 번 던져 나온 결과에 대하여, 다음 규칙에 따라 얻은 점수를 확률변수 X라 하자.

> (가) 같은 면이 연속하여 나오지 않으면 0점으로 한다.
> (나) 같은 면이 연속하여 두 번만 나오면 1점으로 한다.
> (다) 같은 면이 연속하여 세 번 나오면 3점으로 한다.

확률변수 X의 분산 $V(X)$의 값은? [274)]
[3점][2009년 수능]

① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{19}{16}$ ③ $\frac{5}{4}$
④ $\frac{21}{16}$ ⑤ $\frac{11}{8}$

275. 이산확률변수 X에 대하여
$\mathrm{P}(X=2)=1-\mathrm{P}(X=0)$ $0<\mathrm{P}(X=0)<1$,
$\{\mathrm{E}(X)\}^2=2\mathrm{V}(X)$
일 때, 확률 $\mathrm{P}(X=2)$의 값은? [275)]
[3점][2008년 수능]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

276. 다음은 확률변수 X의 확률분포표이다.

X	k	$2k$	$4k$	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{4}{7}$	a	b	1

$\frac{4}{7}$, a, b가 이 순서로 등비수열을 이루고 X의 평균이 24일 때, k의 값을 구하시오. [276)]
[3점][2006년 수능]

277. 이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=\frac{x}{15}\ (x=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$$

이다. $g(t)=\sum_{x=1}^{5}\mathrm{P}(X=x)\bullet t^x$일 때, $\mathrm{E}(2X)-g'(1)$의 값은? 277) [3점][2006년 수능]

① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{11}{3}$ ③ 4
④ $\frac{13}{3}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

278. 확률변수 X의 확률분포표가 아래와 같을 때, 확률변수 $Y=10X+5$의 분산을 구하시오. 278) [3점][2005년 수능]

X	0	1	2	3	계
P(X)	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	1

279. 이산확률변수 X가 취할 수 있는 값이 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이고 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)=\begin{cases} c & (x=0,\ 1,\ 2) \\ 2c & (x=3,\ 4,\ 5) \\ 5c^2 & (x=6,\ 7) \end{cases}$$ (단, c는 양수)

이다. 확률변수 X가 6이상일 사건을 A, 확률변수 X가 3이상일 사건을 B라 할 때, $\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B})$의 값은? 279) [3점][2005년 수능]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{7}$
④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

280. 다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	1	2	3	계
P(X)	0.5	0.3	0.2	1

이 모집단에서 크기 2인 표본을 복원추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 확률분포표는 다음과 같다.

$\overline{X}$	1	1.5	2	2.5	3
도수	1	a	b	2	1
$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{X}})$	0.25	c	d	0.12	0.04

이때, $100(b+c)$의 값을 구하시오. 280) [4점][2005년 수능]

281. 세 자료

A : 1부터 50까지의 자연수

B : 51부터 100까지의 자연수

C : 1부터 100까지의 짝수

의 표준편차를 순서대로 a, b, c라 할 때, a, b, c의 대소관계를 바르게 나타낸 것은? 281) [3점][2002년 수능]

① $a=b=c$　② $a=b<c$　③ $a<b=c$
④ $a<b<c$　⑤ $a<c<b$

282. 주사위를 한 번 던져 나오는 눈의 수를 4로 나눈 나머지를 확률변수 X라 하자. X의 평균은? 282) (단, 주사위의 각 눈이 나올 확률은 모두 같다.)
[3점][2000년 수능]

① 2　② $\frac{5}{3}$　③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{4}{3}$　⑤ 1

283. 어느 학교 전체 학생의 시험 점수는 평균이 500점, 표준편차가 25점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 학생의 시험 점수가 475점 이상이고 550점 이하일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 283)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

[3점][2013년 수능]

① 0.7745　② 0.8185　③ 0.9104
④ 0.9270　⑤ 0.9710

284. 표준편차 σ가 알려진 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 얻은 모평균에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[100.4,\ 139.6]$이었다. 같은 표본을 이용하여 얻은 모평균에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간에 속하는 자연수의 개수를 구하시오. 284) (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.475$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.58)=0.495$로 계산한다.)
[3점][2013년 수능]

285. 어느 회사에서 생산된 모니터의 수명은 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 모니터 중 임의추출한 100대의 수명의 표본평균이 $\overline{x}$, 표본표준편차가 500이었다. 이 결과를 이용하여 이 회사에서 생산된 모니터의 수명의 평균을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간이 $[\overline{x}-c,\ \overline{x}+c]$이다. c의 값을 구하시오. 285) (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.4750$ 이다.)
[3점][2013년 수능]

286. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X \ge 64)=\mathrm{P}(x \le 56)$
(나) $\mathrm{E}(X^2)=3616$

$\mathrm{P}(X \le 68)$의 값을 아래 표를 이용하여 구한 것은? 286) [3점][2013년 수능]

x	$\mathrm{P}(m \le X \le x)$
$m+1.5\sigma$	0.4332
$m+2\sigma$	0.4772
$m+2.5\sigma$	0.4938

① 0.9104 ② 0.9332 ③ 0.9544
④ 0.9772 ⑤ 0.9938

287. 어느 회사에서 생산하는 음료수 1 병에 들어 있는 칼슘 함유량은 모평균이 m, 모표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 음료수 16 병을 임의추출하여 칼슘 함유량을 측정한 결과 표본평균이 12.34 이었다. 이 회사에서 생산한 음료수 1 병에 들어 있는 칼슘 함유량의 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 % 의 신뢰구간이 $11.36 \le m \le a$ 일 때, $a+\sigma$ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따를 때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.4750$ 이고, 칼슘함유량의 단위는 mg이다.) 287) [3점][2012년 수능]

① 14.32 ② 14.82
③ 15.32
④ 15.82 ⑤ 16.32

288. 어느 공장에서 생산되는 제품의 길이 X 는 평균이 m 이고, 표준편차가 4 인 정규분포를 따른다고 한다. $\mathrm{P}(m \le X \le a)=0.3413$ 일 때, 이 공장에서 생산된 제품 중에서 임의추출한 제품 16 개의 길이의 표본평균이 $a-2$ 이상일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 288)
(단, a 는 상수이고, 길이의 단위는 cm 이다.)
[4점][2012년 수능]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.0919
④ 0.1359 ⑤ 0.1587

289. 어느 재래시장을 이용하는 고객의 집에서 시장까지의 거리는 평균이 $1740m$, 표준편차가 $500m$인 정규분포를 따른다고 한다. 집에서 시장까지의 거리가 $2000m$ 이상인 고객 중에서 15%, $2000m$미만인 고객 중에서 5%는 자가용을 이용하여 시장에 온다고 한다. 자가용을 이용하여 시장에 온 고객 중에서 임의로 1명을 선택할 때, 이 고객의 집에서 시장까지의 거리가 $2000m$미만일 확률은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.52) = 0.2$로 계산한다.) 289) [3점][2011년 수능]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

290. 어느 도시에서 공용 자전거의 1회 이용 시간은 평균이 60분, 표준편차가 10분인 정규분포를 따른다고 한다. 공용 자전거를 이용한 25회를 임의추출하여 조사할 때, 25회 이용시간의 총합이 1450분이상일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 290)
[3점][2011년 수능]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332
④ 0.9772 ⑤ 0.9938

291. 어느 회사 직원의 하루 생산량은 근무 기간에 따라 달라진다고 한다. 근무 기간이 n개월 $(1 \leqq n \leqq 100)$인 직원의 하루 생산량은 평균이 $an+100$(a는 상수), 표준편차가 12인 정규분포를 따른다고 한다. 근무 기간이 16개월인 직원의 하루 생산량이 84 이하일 확률이 0.0228일 때, 근무 기간이 36개월인 직원의 하루 생산량이 100 이상이고 142 이하일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 291) [3점][2011년 수능]

z	$\mathrm{P}(0 \leqq Z \leqq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.9104
④ 0.9270 ⑤ 0.9710

292. 어느 방송사의 '○○뉴스'의 방송시간은 평균이 50분, 표준편차가 2 분인 정규분포를 따른다. 방송된 '○○뉴스'를 대상으로 크기가 9 인 표본을 임의추출하여 조사한 방송시간의 표본평균을 $\overline{X}$ 라 할 때, $\mathrm{P}(49 \le \overline{X} \le 51)$의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 292) [3점][2010년 수능]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.5	0.4332
1.6	0.4452
1.7	0.4554
1.8	0.4641

① 0.8664 ② 0.8904 ③ 0.9108
④ 0.9282 ⑤ 0.9452

293. 어느 뼈 화석이 두 동물 A와 B 중에서 어느 동물의 것인지 판단하는 방법 가운데 한 가지는 특정 부위의 길이를 이용하는 것이다. 동물 A의 이 부위의 길이는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 0.4^2)$을 따르고, 동물 B의 이 부위의 길이는 정규분포 $\mathrm{N}(12,\ 0.6^2)$을 따른다. 이 부위의 길이가 d 미만이면 동물 A의 화석으로 판단하고, d 이상이면 동물 B의 화석으로 판단한다.
동물 A의 화석을 동물 A의 화석으로 판단할 확률과 동물 B의 화석을 동물 B의 화석으로 판단할 확률이 같아지는 d의 값은?293) (단, 길이의 단위는 cm이다.) [4점][2010년 수능]

① 10.4　② 10.5　③ 10.6
④ 10.7　⑤ 10.8

294. 확률변수 X와 Y는 평균이 모두 0이고 분산이 각각 σ^2과 $\dfrac{\sigma^2}{4}$인 정규분포를 따르고, 확률변수 Z는 표준정규분포를 따른다. 두 양수 a와 b에 대하여
$$\mathrm{P}(|X| \le a) = \mathrm{P}(|Y| \le b)$$
일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? 294)
[4점][2009년 수능]

[보 기]

ㄱ. $a > b$

ㄴ. $\mathrm{P}\left(Z > \dfrac{2b}{\sigma}\right) = \mathrm{P}\left(Y > \dfrac{a}{2}\right)$

ㄷ. $\mathrm{P}(Y \le b) = 0.7$일 때, $\mathrm{P}(|X| \le a) = 0.3$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

295. 다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	10	20	30	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\dfrac{1}{2}$	a	$\dfrac{1}{2}-a$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $\overline{X}$의 평균이 18일 때, $\mathrm{P}(\overline{X}=20)$의 값은? 295) [4점][2009년 수능]

① $\dfrac{2}{5}$　② $\dfrac{19}{50}$　③ $\dfrac{9}{25}$
④ $\dfrac{17}{50}$　⑤ $\dfrac{8}{25}$

296. 우리나라 성인을 대상으로 특정 질병에 대한 항체 보유 비율을 조사하려고 한다. 모집단의 항체 보유 비율을 p, 모집단에서 임의로 추출한 n명을 대상으로 조사한 표본의 항체 보유 비율을 $\hat{p}$이라고 할 때, $|\hat{p}-p| \leqq 0.16\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}$일 확률이 0.9544 이상이 되도록 하는 n의 최솟값을 구하시오.
(단, Z가 표준정규분포가 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leqq Z \leqq 2) = 0.4772$이다.) 296) [4점][2011년 수능]

297. 어떤 모집단에서 임의로 100명을 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{10}-c,\ \frac{1}{10}+c\right]$이었다. 같은 모집단에서 n명을 임의로 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{9}-s(n),\ \frac{1}{9}+s(n)\right]$이고 $s(n)=\frac{50}{81}c$ 이다. n의 값을 구하시오. 297) [4점][2009년 수능]

298. 어느 고등학교에서 오전 8시 이전에 등교하는 학생의 비율 p를 알아보기 위하여, 어느 날 이 학교 학생 중에서 300명을 임의추출하여 오전 8시 이전에 등교한 학생의 표본비율 $\hat{p}$을 구하였다. 표본비율 $\hat{p}$을 이용하여 구한 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[0.701,\ 0.799]$일 때, 임의추출된 300명의 학생 중에서 오전 8시 이전에 등교한 학생의 수를 구하시오. 298)
(단, Z가 표준정규분포를 따를 때,
$\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$이다.) [4점][2008년 수능]

299번. 300번. 제외됨

[초성민수학] 확률과 통계 (수특+수완+기출+알파) 300제

1.	⑤	2.	③	3.	③	4.	③
5.	④	6.	④	7.	5	8.	640
9.	25	10.	69	11.	②	12.	161
13.	③	14.	②	15.	152	16.	①
17.	13	18.	⑤	19.	③	20.	①
21.	①	22.	749	23.	321	24.	③
25.	①	26.	①	27.	④	28.	①
29.	③	30.	④	31.	③	32.	②
33.	⑤	34.	②	35.	①	36.	①
37.	①	38.	②	39.	③	40.	①
41.	⑤	42.	①	43.	③	44.	③
45.	⑤	46.	①	47.	⑤	48.	①
49.	③	50.	①	51.	③	52.	⑤
53.	③	54.	③	55.	①	56.	②
57.	①	58.	③	59.	③	60.	⑤
61.	12	62.	①	63.	⑤	64.	③
65.	④	66.	④	67.	②	68.	①
69.	④	70.	②	71.	③	72.	⑤
73.	⑤	74.	②	75.	③	76.	②
77.	①	78.	⑤	79.	②	80.	④

81.	813	82.	②	83.	③	84.	③
85.	①	86.	105	87.	①	88.	③
89.	②	90.	④	91.	⑤	92.	①
93.	①	94.	⑤	95.	③	96.	843
97.	③	98.	①	99.	②	100.	①
101.	②	102.	②	103.	④	104.	④
105.	①	106.	⑤	107.	③	108.	④
109.	④	110.	④	111.	60	112.	③
113.	144	114.	17	115.	⑤	116.	121
117.	①	118.	②	119.	⑤	120.	②
121.	①	122.	①	123.	20	124.	③
125.	③	126.	④	127.	⑤	128.	⑤
129.	40	130.	②	131.	④	132.	④
133.	60	134.	②	135.	②	136.	72
137.	④	138.	④	139.	⑤	140.	80
141.	185	142.	2	143.	90	144.	1
145.	⑤	146.	②	147.	36	148.	5
149.	18	150.	136	151.	②	152.	④

153.	25	154.	194	155.	432	156.	234
157.	432	158.	141	159.	35	160.	46
161.	56	162.	1500	163.	$\frac{3}{14}$	164.	1
165.	7	166.	1300	167.	①	168.	③
169.	⑤	170.	①	171.	68	172.	④
173.	④	174.	③	175.	④	176.	④
177.	①	178.	④	179.	①	180.	23
181.	①	182.	⑤	183.	⑤	184.	②
185.	③	186.	②	187.	②	188.	19
189.	③	190.	①	191.	①	192.	③
193.	②	194.	④	195.	①	196.	②
197.	⑤	198.	④	199.	④	200.	④
201.	④	202.	③	203.	⑤	204.	④
205.	①	206.	50	207.	①	208.	④
209.	$\frac{1}{6}$	210.	④	211.	$\frac{1}{5}$	212.	①
213.	$\frac{1}{5}$	214.	⑤	215.	④	216.	$\frac{11}{18}$
217.	②	218.	④	219.	37	220.	$\frac{11}{42}$
221.	$\frac{5}{9}$	222.	$\frac{7}{8}$	223.	$\frac{3}{8}$	224.	②
225.	$\frac{5}{12}$	226.	3	227.	②	228.	4

229.	②	230.	②	231.	$\frac{1}{3}$	232.	④
233.	⑤	234.	⑤	235.	⑤	236.	④
237.	$\frac{80}{243}$	238.	7	239.	4	240.	$\frac{11}{64}$
241.	③	242.	$\frac{16}{17}$	243.	⑤	244.	$\frac{4}{9}$
245.	②	246.	$\frac{2}{9}$	247.	0	248.	④
249.	$\frac{1}{8}$	250.	238	251.	$\frac{5}{16}$	252.	$\frac{11}{16}$
253.	④	254.	⑤	255.	②	256.	③
257.	③	258.	④	259.	⑤	260.	12
261.	①	262.	④	263.	①	264.	50
265.	③	266.	⑤	267.	⑤	268.	⑤
269.	30	270.	①	271.	③	272.	④
273.	47	274.	②	275.	④	276.	14
277.	②	278.	105	279.	③	280.	330
281.	②	282.	③	283.	②	284.	51
285.	98	286.	④	287.	③	288.	①
289.	②	290.	②	291.	③	292.	①
293.	⑤	294.	③	295.	④	296.	157
297.	288	298.	225	299.		300.	

1) 정답 ⑤

조건 (가)에서 $f(1) \neq f(2)$이고 $f(2) \neq f(3)$이므로 다음 두 가지로 나눌 수 있다.

(i) $f(1) \neq f(3)$인 경우
$f(1), f(2), f(3)$을 정하는 경우의 수는
${}_5\mathrm{P}_3 = 60$
이 각각에 대하여 조건 (나)에서 치역의 원소의 개수가 3이므로 나머지 $f(4), f(5)$의 값은
$f(1), f(2), f(3)$의 값이므로 경우의 수는 ${}_3\Pi_2 = 3^2 = 9$
그러므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해
$60 \times 9 = 540$

(ii) $f(1) = f(3)$인 경우
$f(1), f(2)$의 값을 정하는 경우의 수는
${}_5\mathrm{P}_2 = 20$
이 각각에 대하여 $f(4)$가 $f(1), f(2)$의 값 중 하나를 가지는 경우
$f(5)$는 $f(1), f(2)$의 두 값을 제외하고 가져야 한다.
$f(5)$가 $f(1), f(2)$의 값 중 하나를 가지는 경우도 마찬가지이다.
또, $f(4) = f(5)$인 경우는 $f(4)$와 $f(5)$가 $f(1), f(2)$의 두 값을
제외한 한 값을 가져야 한다.
이때 경우의 수는
$2 \times 3 + 2 \times 3 + 3 = 15$
그러므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해
$20 \times 15 = 300$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의해
$540 + 300 = 840$

2) 정답 ③

갑이 아침, 점심, 저녁에 서로 다르게 음식을 주문하는 경우의 수는 서로 다른
5개에서 3개를 택하는 순열의 수이므로
${}_5\mathrm{P}_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$
서로 다른 5가지 음식을 a, b, c, d, e라 하자.

	아침	점심	저녁
갑	a	b	c
을			

이 각각에 대하여 아침, 점심, 저녁 중 주문한 음식이 한 번만 같으므로 경우의 수는 3

	아침	점심	저녁
갑	a	b	c
을	a		

이 각각에 대하여 갑과 을이 주문한 음식의 종류가 4가지이므로 갑이 주문한 음식 중
갑과 을이 같이 주문한 음식을 제외한 두 가지 음식 중 하나를 을이 주문해야 하므로 경우의 수는 2

	아침	점심	저녁
갑	a	b	c
을	a		b

이 각각에 대하여 갑과 을이 주문한 3가지 음식을 제외한 나머지 2가지 중 을이 하나를
주문하면 되므로 경우의 수는 2

	아침	점심	저녁
갑	a	b	c
을	a	d	b

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해
$60\times3\times2\times2=720$

3) 정답 ③

조건 (가)에서 $d+e=0$이면 $a+b+c=0$이 되어 조건 (나)를 만족시키지 않는다.
$d+e=1$일 때,
$a+b+c=3$이므로 조건 (나)를 만족시킨다.
$d+e=2$일 때,
$a+b+c=6$이므로 조건 (나)를 만족시킨다.
그러나 $d+e\geq3$이면 $a+b+c\geq9$이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.
그러므로 각 경우로 나누면 다음과 같다.

(i) $d+e=1$일 때,
$a+b+c=3$
이 방정식을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수는
서로 다른 3개에서 3개를 택하는 중복조합의 수이므로

$$
\begin{aligned}
{}_3\mathrm{H}_3 &= {}_{3+3-1}\mathrm{C}_3 \\
&= {}_5\mathrm{C}_3 = {}_5\mathrm{C}_2 \\
&= \frac{5\times4}{2\times1} \\
&= 10
\end{aligned}
$$

이 각각에 대하여 $d+e=1$을 만족시키는 음이 아닌 정수 d, e의 순서쌍 (d, e)의 개수는 2이다.
그러므로 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는 곱의 법칙에 의해 $10\times2=20$

(ii) $d+e=2$일 때,
$a+b+c=6$
이 방정식을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수는 서로 다른 3개에서 6개를 택하는 중복조합의 수이므로

$$
\begin{aligned}
{}_3\mathrm{H}_6 &= {}_{3+6-1}\mathrm{C}_6 \\
&= {}_8\mathrm{C}_6 \\
&= \frac{8\times 7}{2\times 1} \\
&= 28
\end{aligned}
$$

이 각각에 대하여 $d+e=2$를 만족시키는 음이 아닌 정수 d, e의 순서쌍 (d, e)의 개수는 서로 다른 2개에서 2개를 택하는 중복조합의 수이므로

$$
\begin{aligned}
{}_2\mathrm{H}_2 &= {}_{2+2-1}\mathrm{C}_2 \\
&= {}_3\mathrm{C}_2 \\
&= {}_3\mathrm{C}_1 \\
&= 3
\end{aligned}
$$

그러므로 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는 곱의 법칙에 의해
$28\times 3=84$

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는 합의 법칙에 의해 $20+84=104$

4) 정답 ③

4개의 층 중 3개의 층을 택하는 경우의 수는
${}_4\mathrm{C}_3={}_4\mathrm{C}_1=4$
6명을 3개의 조로 1명 이상씩 분할하는 경우는 다음과 같다.

(i) (4명, 1명, 1명)으로 분할하는 경우의 수는
$${}_6\mathrm{C}_4\times{}_2\mathrm{C}_1\times{}_1\mathrm{C}_1\times\frac{1}{2!}=15$$

(ii) (3명, 2명, 1명)으로 분할하는 경우의 수는
${}_6\mathrm{C}_3\times{}_3\mathrm{C}_2\times{}_1\mathrm{C}_1=60$

(iii) (2명, 2명, 2명)으로 분할하는 경우의 수는
$${}_6\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_2\times\frac{1}{3!}=15$$

(i), (ii), (iii)에서 분할하는 경우의 수는 합의 법칙에 의해 $15+60+15=90$
3개의 조를 3개의 층에 분배하는 경우의 수는 $3!=6$
따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $4\times 90\times 6=2160$

5) 정답 ④

두 원소 $a, b\,(a\in A,\ b\in B)$의 순서쌍 (a, b)의 개수는 $10\times10=100$
집합 A의 원소를 3으로 나누었을 때의 나머지가 0, 1, 2인 집합을 각각 $A_{0,}\ A_{1,}\ A_2$라 하면
$A_0=\{6, 12, 18\}$
$A_1=\{4, 10, 16\}$
$A_2=\{2, 8, 14, 20\}$
집합 B의 원소를 3으로 나누었을 때의 나머지가 1, 2인 집합을 각각 $B_{1,}\ B_2$라 하면
$B_1=\{2^2,\ 2^4,\ 2^6,\ 2^8,\ 2^{10}\}$
$B_2=\{2,\ 2^3,\ 2^5,\ 2^7,\ 2^9\}$
따라서 $a+b$가 3의 배수가 되는 경우는 다음과 같다.

(i) $a\in A_1,\ b\in B_2$일 때
순서쌍 (a, b)의 개수는 $3\times5=15$

(ii) $a\in A_{2,}\ b\in B_1$일 때
순서쌍 (a, b)의 개수는 $4\times5=20$

(i), (ii)에 의하여 $a+b$가 3의 배수가 되는 경우의 수는
$15+20=35$
따라서 구하는 확률은 $\dfrac{35}{100}=\dfrac{7}{20}$

6) 정답 ④

집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수는
${}_4\Pi_4=4^4$
함수 f가 $f(1)f(2)f(3)=0$또는 $f(4)\ \geq\ 0$을 만족시키는 사건을
A라 하면 사건 A의 여사건 A^C는
$f(1)f(2)f(3)\neq0$이고 $f(4)<0$

(i) $f(1)f(2)f(3)\neq0$인 경우
$f(1), f(2), f(3)$의 값은 0이 될 수 없으므로 집합 $\{-2,\ -1,\ 1\}$의 원소 중에서
결정되어야 한다. 따라서 $f(1)f(2)f(3)\neq0$을 만족시키도록 $f(1), f(2), f(3)$의 값을
정하는 경우의 수는 ${}_3\Pi_3=3^3$

(ii) $f(4)<0$인 경우
$f(4)$의 값은 집합 $\{-2,\ -1\}$의 원소 중에서 결정되어야 하므로 $f(4)<0$을
만족시키도록 $f(4)$의 값을 정하는 경우의 수는 2

(i), (ii)에 의하여

$\mathrm{P}(A^C) = \dfrac{3^3 \times 2}{4^4} = \dfrac{27}{128}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(A^C)$

$= 1 - \dfrac{27}{128}$

$= \dfrac{101}{128}$

7) 정답 5

자연수 p에 대하여 $x = p$일 때 부등식

$y \le x^2 + \dfrac{1}{2}x$

를 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수를

$a_p\,(p = 1, 2, 3, \cdots)$라 하면 자연수 k에 대하여

(i) $p = 2k-1$일 때,

$a_p = a_{2k-1}$

$= (2k-1)^2 + \dfrac{1}{2}(2k-1) - \dfrac{1}{2}$

$= 4k^2 - 3k$

(ii) $p = 2k$일 때,

$a_p = a_{2k}$

$= (2k)^2 + \dfrac{1}{2} \times 2k$

$= 4k^2 + k$

또한, $x = p$일 때, $y = x$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)의 개수를 b_p라 하면

$b_p = 1$

따라서 확률 P_{2m}은

$$\mathrm{P}_{2m}=\frac{\sum_{k=1}^{2m}1}{\sum_{k=1}^{m}(a_{2k-1}+a_{2k})}$$
$$=\frac{2m}{\sum_{k=1}^{m}\{(4k^2-3k)+(4k^2+k)\}}$$
$$=\frac{2m}{\sum_{k=1}^{m}(8k^2-2k)}$$
$$=\frac{2m}{8\times\frac{m(m+1)(2m+1)}{6}-2\times\frac{m(m+1)}{2}}$$
$$=\frac{6}{(m+1)(8m+1)}$$
이므로

$\frac{6}{(m+1)(8m+1)}=\frac{1}{41}$에서

$(m+1)(8m+1)=246$

$8m^2+9m-245=0$

$(8m+49)(m-5)=0$

이때 m은 자연수이므로

$m=5$

8) 정답 640

2000명 중 임의로 선택한 한 명이 남자인 사건을 A, 홈팀을 응원하는 관람객인 사건을 B라 하자. 조사한 2000명 중 남자가 1200명이고 여자가 800명이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{5},\ P(A^C)=\frac{2}{5}$

조사한 2000명 중 임의로 선택한 한 명이 남자였을 때, 이 남자가 홈팀을 응원할 확률이 $\frac{2}{5}$이므로

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{2}{5}$

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$$
$$=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}$$
$$=\frac{6}{25}$$

조사한 2000명 중 임의로 선택한 한 명이 여자였을 때, 이 여자가 원정팀을 응원할 확률이

$\frac{4}{5}$이므로 이 여자가 홈팀을 응원할 확률은 $\frac{1}{5}$이다.

$\mathrm{P}(B|A^C) = \frac{1}{5}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C \cap B) &= \mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C) \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{2}{25}\end{aligned}$$

따라서 조사한 2000명 중 임의로 선택한 한 명이 홈팀을 응원할 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(B) &= \mathrm{P}(A \cap B) + \mathrm{P}(A^C \cap B) \\ &= \frac{6}{25} + \frac{2}{25} \\ &= \frac{8}{25}\end{aligned}$$

이므로 조사한 2000명 중 홈팀을 응원하는 관람객의 수는

$$\begin{aligned}2000 \times \mathrm{P}(B) &= 2000 \times \frac{8}{25} \\ &= 640\end{aligned}$$

9) 정답 25

상자 A에서 꺼낸 구슬이 흰 구슬일 사건을 X, 상자 B에서 꺼낸 구슬이 흰 구슬일 사건을 Y라 하자. 이때 두 상자 A, B에서 각각 1개씩 택한 구슬이 같은 색인 경우와 그 확률은 다음과 같다.

(i) 상자 A, B에서 모두 흰 구슬이 나오는 경우
두 사건 X, Y는 독립이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X \cap Y) &= \mathrm{P}(X)\mathrm{P}(Y) \\ &= \frac{a}{100} \times \frac{100-2a}{100} \\ &= \frac{a}{100}\left(1 - \frac{2a}{100}\right)\end{aligned}$$

(ii) 상자 A, B에서 모두 검은 구슬이 나오는 경우
두 사건 X^C, Y^C은 서로 독립시행이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X^C \cap Y^C) &= \mathrm{P}(X^C)\mathrm{P}(Y^C) \\ &= \frac{100-a}{100} \times \frac{2a}{100} \\ &= \frac{2a}{100}\left(1 - \frac{a}{100}\right)\end{aligned}$$

(i), (ii)에 의하여 같은 색의 구슬이 나올 확률이

$$\frac{a}{100}\left(1 - \frac{2a}{100}\right) + \frac{2a}{100}\left(1 - \frac{a}{100}\right)$$

이므로 $\frac{a}{100}=p$로 놓으면

$p(1-2p)+2p(1-p)=\frac{1}{2}$

$8p^2-6p+1=0$
$(2p-1)(4p-1)=0$

$p=\frac{1}{4}$ 또는 $p=\frac{1}{2}$

따라서 $p=\frac{1}{4}$일 때, $\frac{a}{100}=\frac{1}{4}$에서 $a=25$이고

$p=\frac{1}{2}$일 때, $\frac{a}{100}=\frac{1}{2}$에서 $a=50$이다.

이때 $a=50$이면 상자 B에는 흰 구슬이 없으므로 조건을 만족시키지 못한다.
따라서 $a=25$

10) 정답 69

동전의 앞면이 나온 횟수 a와 주사위에서 2이하의 눈의 수가 나온 횟수 b에 대하여 부등식
$3a<b$ $(a=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ b=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$를 만족시키는 경우는
$a=0$, $b=1,\ 2,\ 3,\ 4$ 또는 $a=1$, $b=4$이고 각 경우의 확률은 다음과 같다.

(i) $a=0$, $b=1,\ 2,\ 3,\ 4$인 경우
$a=0$이면 동전의 앞면이 나온 횟수가 0이므로 이 확률은

$${}_4\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{2^4}$$

$b=1,\ 2,\ 3,\ 4$이면 주사위에서 2이하의 눈의 수가 적어도 한 번 나오는 경우이므로 이 확률은

$$1-{}_4\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{3}\right)^4=1-\frac{16}{3^4}=\frac{65}{3^4}$$

따라서 이 경우의 확률은

$$\frac{1}{2^4}\times\frac{65}{3^4}=\frac{65}{6^4}$$

(ii) $a=1$, $b=4$인 경우
$a=1$이면 동전의 앞면이 나온 횟수가 1이므로 이 확률은

$${}_4\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{4}{2^4}$$

$b=4$이면 주사위에서 2이하의 눈의 수가 나온 횟수가 4이므로 이 확률은

$${}_4\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{3^4}$$

따라서 이 경우의 확률은

$\frac{4}{2^4}\times\frac{1}{3^4}=\frac{4}{6^4}$ 이므로 $p=69$

11) 정답 ②

확률변수 X가 취하는 값은 2, 3, 4이고, 그 확률은 각각

$$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{3}{10}$$

$$\mathrm{P}(X=3)=\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{4}{10}$$

$$\mathrm{P}(X=4)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{3}{10}$$

이므로 확률변수 X의 확률분포표를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	3	4	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

이때

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X)&=2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{4}{10}+4\times\frac{3}{10}\\&=\frac{30}{10}\\&=3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X^2)&=2^2\times\frac{3}{10}+3^2\times\frac{4}{10}+4^2\times\frac{3}{10}\\&=\frac{96}{10}\\&=\frac{48}{5}\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{V}(X)&=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2\\&=\frac{48}{5}-9\\&=\frac{3}{5}\end{aligned}$$

12) 정답 161

X	1	2	3	4	5	6	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$	1

$\mathrm{E}(X)=\frac{161}{36}$

13) 정답 ③

$b+a+2a=1$에서 $b=1-3a$
$a \geq 0,\ b \geq 0$이므로
$0 \leq a \leq \frac{1}{3}$
$\mathrm{E}(X)=5a$
$\mathrm{V}(X)=-25\left(a-\frac{9}{50}\right)^2+\frac{81}{100}$
$a=\frac{9}{50}$일 때 $\mathrm{V}(X)$의 최댓값은 $\frac{81}{100}$이다.
$\alpha=\frac{9}{50},\ \beta=\frac{81}{100}$이므로 $\alpha+\beta=\frac{99}{100}$

14) 정답 ②

전체 공의 개수는
$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$
이므로

$$\mathrm{P}(X=k)=\frac{(k\text{가 쓰여진 공의 개수})}{(\text{전체 공의 개수})}=\frac{2k}{n(n+1)}\ (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$$

$$\mathrm{V}(X)=\sum_{k=1}^{n}k^2\mathrm{P}(X=k)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$$

이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2&=\sum_{k=1}^{n}k^2\mathrm{P}(X=k)\\&=\sum_{k=1}^{n}\left\{k^2\times\frac{2k}{n(n+1)}\right\}\\&=\frac{2}{n(n+1)}\sum_{k=1}^{n}k^3\\&=\frac{2}{n(n+1)}\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2\\&=\frac{n(n+1)}{2}\\&=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n\end{aligned}$$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$이므로

$ab=\frac{1}{4}$

15) 정답 152

확률변수 X가 가지는 값은 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이루므로
확률변수 Y를 $X=3Y+2$, 즉 $Y=\frac{X-2}{3}$로 놓으면 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(20,\ \frac{1}{4}\right)$를 따른다.
이때

$\mathrm{E}(Y)=20\times\frac{1}{4}=5$

$\mathrm{V}(Y)=20\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{15}{4}$

따라서

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X)&=\mathrm{E}(3Y+2)\\&=3\mathrm{E}(Y)+2\\&=3\times5+2\\&=17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{V}(2X)&=4\mathrm{V}(X)=4\mathrm{V}(3Y+2)\\&=4\times9\times\mathrm{V}(Y)\\&=4\times9\times\frac{15}{4}\\&=135\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X)+\mathrm{V}(2X)&=17+135\\&=152\end{aligned}$$

16) 정답 ①

이 자격시험의 시험 점수를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(100,\ 20^2)$을 따르고,

$Z=\dfrac{X-100}{20}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

갑이 1급 자격을 얻는 사건을 A, 갑의 시험 점수가 130점 이상인 사건을 B라 하면 구하는 확률은

$\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$이다.

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A)&=\mathrm{P}(X\geq 128)\\&=\mathrm{P}\left(\frac{X-100}{20}\geq\frac{128-100}{20}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\geq 1.4)\\&=0.5-\mathrm{P}(0\leq Z\leq 1.4)\\&=0.5-0.4192\\&=0.0808\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cap B)&=\mathrm{P}(X\geq 130)\\&=\mathrm{P}\left(\frac{X-100}{20}\geq\frac{130-100}{20}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\geq 1.5)\\&=0.5-\mathrm{P}(0\leq Z\leq 1.5)\\&=0.5-0.4332\\&=0.0668\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(B|A)&=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}\\&=\frac{0.0668}{0.0808}\\&=\frac{167}{202}\end{aligned}$$

17) 정답 13

$f(x)$가 확률밀도함수고, 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로 $ab=1$

또, $\mathrm{P}(-a\leq X\leq a-b)=\dfrac{1}{8}$이므로 $a-b=-aover2$

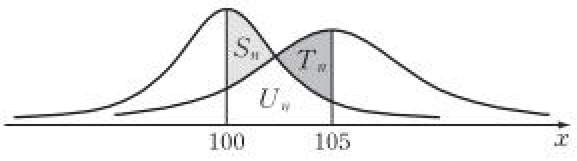
즉, $3a-2b=0$

$b=\dfrac{1}{a}$이고 대입하면 $3a-\dfrac{2}{a}=0$

방정식을 풀면 $a^2=\dfrac{2}{3}$, $b^2=\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{3}{2}$이므로

$6(a^2+b^2)=13$

18) 정답 ⑤



위의 그림과 같이 두 확률변수 X, Y의 정규분포곡선과 x축 및 두 직선 $x=100$, $x=105$로 둘러싸인 부분에서 S_m, T_n을 제외한 부분의 넓이를 U_n이라 하자. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(100, \mathrm{n}^2)$을 따르므로

$Z=\dfrac{X-100}{n}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다.

$\mathrm{P}(100 \le X \le 105)$

$=\mathrm{P}\left(\dfrac{100-100}{n} \le \dfrac{\mathrm{X}-100}{n} \le \dfrac{105-100}{n}\right)$

$=\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{5}{n}\right)$

이므로

$S_n+U_n=\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{5}{n}\right) \cdots$ ㉠

또, 확률변수 Y가 정규분포 $\mathrm{N}(105,\ (n+1)^2)$를 따르므로

$Z=\dfrac{Y-105}{n+1}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다.

$\mathrm{P}(100 \le Y \le 105)$

$=\mathrm{P}\left(\dfrac{100-105}{n+1} \le \dfrac{\mathrm{Y}-105}{\mathrm{n}+1} \le \dfrac{105-105}{\mathrm{n}+1}\right)$

$=\mathrm{P}\left(-\dfrac{5}{n+1} \le \mathrm{Z} \le 0\right)$

$=\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{5}{n+1}\right)$

이므로

$T_n+U_n=\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{5}{n+1}\right) \cdots$ ㉡

㉠ − ㉡에서

$S_n-T_n=\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{5}{n}\right)-\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{5}{n+1}\right)$

$\qquad=\mathrm{P}\left(\dfrac{5}{n+1} \le Z \le \dfrac{5}{n}\right)$

$\sum_{n=1}^{10}(S_n - T_n)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{5}{2} \le Z \le \frac{5}{1}\right)+\mathrm{P}\left(\frac{5}{3} \le Z \le \frac{5}{2}\right)+\mathrm{P}\left(\frac{5}{4} \le Z \le \frac{5}{3}\right)$
$+ \cdots +\mathrm{P}\left(\frac{5}{11} \le Z \le \frac{5}{10}\right)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{5}{11} \le Z \le \frac{5}{10}\right)+\mathrm{P}\left(\frac{5}{10} \le Z \le \frac{5}{9}\right)+\mathrm{P}\left(\frac{5}{9} \le Z \le \frac{5}{8}\right)$
$+ \cdots +\mathrm{P}\left(\frac{5}{2} \le Z \le \frac{5}{1}\right)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{5}{11} \le Z \le 5\right)$

따라서 구하는 상수 a의 값은 $\frac{5}{11}$이다.

19) 정답 ③

(i) A가 가위, B가 보를 낸 경우는 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ii) A가 가위, B가 가위를 낸 경우는 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

(iii) A가 보, B가 바위를 낸 경우는 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

세 경우 중에서 가위바위보를 한번 할 때 A가 이길 확률은
$\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{3}{8}$

이 시행을 n번 반복할 때, A가 이기는 횟수를 X라 하고, 얻는 점수를 Y라 하자.
확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{3}{8}\right)$을 따르므로
$\mathrm{E}(X)=\frac{3}{8}n$, $\mathrm{E}(Y)=\frac{7}{4}n$

A가 얻는 점수의 합의 기댓값이 105이므로 $\frac{7}{4}n=105$, $n=60$
$\mathrm{E}(X)=\frac{45}{2}$, $\mathrm{V}(X)=\left(\frac{15}{4}\right)^2$
X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}\left(\frac{45}{2}, \left(\frac{15}{4}\right)^2\right)$을 따른다.
따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(Y \ge 120)=\mathrm{P}(X \ge 30)=0.5-\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)=0.0228$

20) 정답 ①

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르므로

$Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(|X-m| \le 9) &= \mathrm{P}\left(\left|\frac{\mathrm{X}-\mathrm{m}}{\sigma}\right| \le \frac{9}{\sigma}\right)\\ &= \mathrm{P}\left(|Z| \le \frac{9}{\sigma}\right)\\ &= 2\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{9}{\sigma}\right)\end{aligned}$$

$2\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{9}{\sigma}\right)=0.9974$에서

$\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{9}{\sigma}\right)=0.4987$이므로

$\dfrac{9}{\sigma}=3$

$\sigma=3$

즉, 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m, 3^2)$을 따른다.

또

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X \le 153) &= \mathrm{P}\left(\frac{X-m}{3} \le \frac{153-\mathrm{m}}{3}\right)\\ &= \mathrm{P}\left(Z \le \frac{153-m}{3}\right)\end{aligned}$$

$\mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{153-m}{3}\right)=0.8413$에서

$\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{153-m}{3}\right)=0.3413$이므로

$\dfrac{153-m}{3}=1$

$m=150$

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(150,\ 3^2)$을 따르고, 임의추출한 통조림 9개의 무게의 평균 $\overline{X}$에 대하여

$\mathrm{E}(\overline{X})=150,\ \mathrm{V}(\overline{X})=\dfrac{3^2}{9}=1$

이므로 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(150,\ 1^2)$을 따른다.

$Z=\dfrac{\overline{X}-150}{1}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\overline{X} \ge 153) &= \mathrm{P}\left(\frac{\overline{X}-150}{1} \ge \frac{153-150}{1}\right)\\ &= \mathrm{P}(Z \ge 3)\\ &= 0.5-\mathrm{P}(0 \le Z \le 3)\\ &= 0.5-0.4987\\ &= 0.0013\end{aligned}$$

21) 정답 ①

ㄱ. $\mathrm{E}(\overline{X})=m$, $\mathrm{E}(\overline{Y})=m$이므로
$\mathrm{E}(\overline{X})=\mathrm{E}(\overline{Y})$ (참)

ㄴ. $\mathrm{E}(\overline{X})=\mathrm{E}(\overline{Y})=m$이고,
$\sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n_1}}$, $\sigma(\overline{Y})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n_2}}$이므로
확률변수 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \left(\dfrac{\sigma}{\sqrt{n_1}}\right)^2\right)$을 따르고,
확률변수 $\overline{Y}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \left(\dfrac{\sigma}{\sqrt{n_2}}\right)^2\right)$을 따른다.
$\sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n_1}}$, $\sigma(\overline{Y})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n_2}}$이므로
$n_1<n_2$이면 $\sigma(\overline{X})>\sigma(\overline{Y})$이다.
$\sigma(\overline{X})>\sigma(\overline{Y})$이므로 곡선 $y=f(x)$는 곡선 $y=g(x)$보다 중앙부분이 낮아지면서 옆으로 퍼진 모양이다. 즉, 함수 $f(x)$의 최댓값이 함수 $g(x)$의 최댓값보다 작다.
(거짓)

ㄷ. Z를 표준정규분포를 따르는 확률변수라 하면
$\mathrm{P}(m\le\overline{X}\le a)$
$=\mathrm{P}\left(\dfrac{m-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}}\le\dfrac{\overline{X}-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}}\le\dfrac{a-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}}\right)$
$=\mathrm{P}\left(0\le Z\le\dfrac{a-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}}\right)$
$=\mathrm{P}\left(0\le Z\le\dfrac{\sqrt{n_1}(a-m)}{\sigma}\right)$
$\mathrm{P}(m\le\overline{Y}\le b)$
$=\mathrm{P}\left(\dfrac{m-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}}\le\dfrac{\overline{Y}-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}}\le\dfrac{b-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}}\right)$
$=\mathrm{P}\left(0\le Z\le\dfrac{b-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}}\right)$
$=\mathrm{P}\left(0\le Z\le\dfrac{\sqrt{n_2}(b-m)}{\sigma}\right)$
$\mathrm{P}(m\le\overline{X}\le a)=\mathrm{P}(m\le\overline{Y}\le b)$이므로
$\dfrac{\sqrt{n_1}(a-m)}{\sigma}=\dfrac{\sqrt{n_2}(b-m)}{\sigma}$
$\sqrt{n_1}(a-m)=\sqrt{n_2}(b-m)$에서
$0<a-m<b-m$이므로

$\sqrt{n_1} > \sqrt{n_2}$
즉, $n_1 > n_2$이다. (거짓)

이상에서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.

22) 정답 749
$\overline{x}$를 이용하여 얻은 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰 구간은
$\overline{x}-1.96\times\frac{1}{\sqrt{16}} \leq m \leq \overline{x}+1.96\times\frac{1}{\sqrt{16}}$
즉, $\overline{x}-0.49 \leq m \leq \overline{x}+0.49$
모평균이 7이고, 모평균이 신뢰구간에 포함되므로
$6.51 \leq \overline{x} \leq 7.49$
따라서 $M=7.49$이므로 $100M=749$

23) 정답 321

400명을 조사하여 구한 표본비율의 값을 $\hat{p}$이라 하면
$\hat{p}=\frac{n}{400}$
산책로 조성을 희망하는 주민의 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이
$\frac{n}{400}-1.96\times\sqrt{\frac{\frac{n}{400}\times\left(1-\frac{n}{400}\right)}{400}} \leq p \leq \frac{n}{400}+1.96\times\sqrt{\frac{\frac{n}{400}\times\left(1-\frac{n}{400}\right)}{400}}$
이므로
$$\begin{aligned} b-a &= 2\times1.96\times\sqrt{\frac{\frac{n}{400}\times\left(1-\frac{n}{400}\right)}{400}} \\ &= 2\times1.96\times\frac{1}{20}\times\sqrt{\frac{n}{400}\times\left(1-\frac{n}{400}\right)} \\ &= 0.196\times\sqrt{\frac{n}{400}\times\left(1-\frac{n}{400}\right)} \end{aligned}$$
$0.196\times\sqrt{\frac{n}{400}\times\left(1-\frac{n}{400}\right)} \geq 0.0588$에서
$\sqrt{\frac{n}{400}\times\left(1-\frac{n}{400}\right)} \geq \frac{3}{10}$
양변을 제곱하면
$\frac{n}{400}\times\left(1-\frac{n}{400}\right) \geq \frac{9}{100}$
정리하면

$n^2-400n+14400 \le 0$, $(n-40)(n-360) \le 0$
$40 \le n \le 360$
따라서 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수는 321개다.

24) 정답 ③
$n=2$인 경우는
$\times\times\times$ / $\boxed{}$, / $\times\times\times$ /, $\boxed{}$ / $\times\times\times$, $\times\times$ / $\times\times$
이고 $\boxed{}$에는 $\times$와 / 모두 가능하다.
그러므로 $n=2$인 경우의 수는 $2+1+2+1=6$
$n=4$인 경우는 모두 스트라이크인 $\times\times\times\times\times$ 뿐이다.
따라서 구하는 경우의 수는

$$6+1=7$$

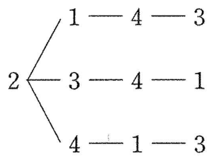
25) 정답 ①
$y=ax^2+bx+2$의 그래프와 x축의 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $ax^2+bx+2=0$의 서로 다른 실근은 2개이다.
이때 이차방정식 $ax^2+bx+2=0$의 판별식을 D라 하면

$$D=b^2-8a>0$$

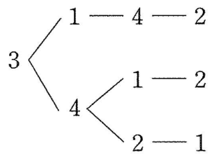
이를 만족시키는 a, b의 값을 각각 구하면 다음과 같다.
$a=1$이면 $b=3$, 4, 5, 6
$a=2$이면 $b=5$, 6
$a=3$이면 $b=5$, 6
$a=4$이면 $b=6$
$a=5$, 6이면 만족시키는 b는 없다.
따라서 구하는 경우의 수는

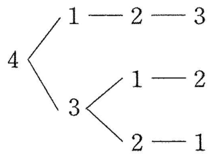
$$4+2+2+1=9$$

26) 정답 ①
$n(n=1, 2, 3, 4)$가 적혀 있는 공을 n번 공, 상자를 n번 상자라 하자. 이때 1번 상자에 2번 공을 넣고 조건에 맞추어 나머지 상자에 1, 3, 4번 공을 넣는 경우를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



또 1번 상자에 3번 공을 넣는 경우와 4번 공을 넣는 경우를 그림으로 나타내면 다음과 같다.





따라서 구하는 경우의 수는

$$3+3+3=9$$

27) 정답 ④

$f(1)+f(2)$, $f(1)\times f(2)$가 모두 홀수인 경우는 없다.

(ⅰ) $f(1)+f(2)$가 홀수인 경우

$f(1)$이 짝수이면 $f(2)$는 홀수이므로 $2\times3=6$

$f(1)$이 홀수이면 $f(2)$는 짝수이므로 $3\times2=6$

그러므로 $6+6=12$

(ⅱ) $f(1)\times f(2)$가 홀수인 경우

$f(1)$, $f(2)$ 모두 홀수이므로 $3\times3=9$

따라서 구하는 함수의 개수는

$$12+9=21$$

다른 풀이

함수 $f : X \to Y$의 개수는 $5\times5=25$

$f(1)+f(2)$와 $f(1)\times f(2)$가 모두 짝수인 경우는

$f(1)$, $f(2)$ 모두 짝수이므로 $2\times2=4$

따라서 구하는 함수의 개수는

$$25-4=21$$

28) 정답 ①

주어진 조건에 의하여 집합 A의 원소 중 홀수 1, 3, 5는 집합 B의 원소 중 홀수 1, 3, 5에 대응되어야 하므로

$${}_3\mathrm{P}_3=3\times2\times1=6$$

함수 f가 일대일함수이려면 집합 A의 원소 중 짝수 2, 4는 집합 B에서 집합 A의 원소 1, 3, 5에 대응되지

않고 남은 원소 3개 중 2개의 원소에 대응되어야 하므로 그 경우의 수는

$_{3}\mathrm{P}_{2}=3\times2=6$

따라서 구하는 일대일함수 f의 개수는

$6\times6=36$

29) 정답 ③

1을 제외한 홀수 3, 5, 7 중 2개를 선택하는 경우는

(3, 5), (3, 7), (5, 7)의 3가지

1과 2가 적혀 있는 두 카드의 위치가 정해지면 홀수가 적혀 있는 카드의 위치도 정해진다.

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times2!\times4!=144$

30) 정답 ④

세 자연수 a, b, c가 삼각형의 세 변의 길이가 되기 위해서는 $b+c>a$를 만족시켜야 한다.

그런데 $a+b+c=30$이므로

$2a=a+a<a+b+c=30$에서 $a<15$

또 $a>b$, $a>c$이므로 $3a>a+b+c=30$에서 $a>10$

따라서 $10<a<15$

(ⅰ) $a=11$일 때, $b+c=19$ (단, $b<11$, $c<11$)

합이 19인 두 수는 (10, 9)의 1가지 경우이고, b, c를 정하는 경우의 수는 $2!$이므로 삼각형의 개수는

$2!=2$

(ⅱ) $a=12$일 때, $b+c=18$ (단, $b<12$, $c<12$)

합이 18인 두 수는 (11, 7), (10, 8)의 2가지 경우이고, 각 경우에 b, c를 정하는 경우의 수는 $2!$이므로 삼각형의 개수는

$2\times2!=4$

(ⅲ) $a=13$일 때, $b+c=17$ (단, $b<13$, $c<13$)

합이 17인 두 수는 (12, 5), (11, 6), (10, 7), (9, 8)의 4가지 경우이고, 각 경우에 b, c를 정하는 경우의 수는 $2!$이므로 삼각형의 개수는

$4\times2!=8$

(ⅳ) $a=14$일 때, $b+c=16$ (단, $b<14$, $c<14$)

합이 16인 두 수는 (13, 3), (12, 4), (11, 5), (10, 6), (9, 7)의 5가지 경우이고, 각 경우에 b, c를 정하는 경우의 수는 $2!$이므로 삼각형의 개수는

$5\times2!=10$

(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 삼각형의 개수는

$2+4+8+10=24$

31) 정답 ③

같은 학교의 학생끼리는 서로 인접하여 앉아야 하므로 3개의 의자를 한 묶음으로 보면 네 학교의 학생들이 원탁에 앉는 경우의 수는

$$(4-1)!=3!=6$$

같은 학교의 학생 3명은 서로 자리를 바꾸어서 앉을 수 있으므로

$$3!=6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6\times6^4=6^5$$

32) 정답 ②

빨강 구슬과 파랑 구슬을 한 변 앞의 이웃한 두 구멍에 넣는 경우의 수는 $2!=2$

두 구슬이 고정되어 있으므로 나머지 6개의 구슬을 나머지 구멍에 넣는 경우의 수는 $6!$이다.

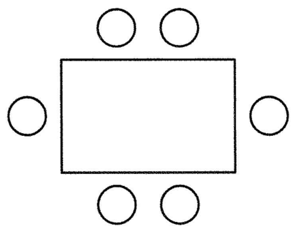
따라서 구하는 경우의 수는

$$2\times6!=1440$$

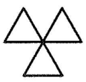
33) 정답 ⑤

구하는 경우의 수는 그림과 같은 직사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수와 같으므로

$(6-1)!\times3=120\times3=360$



다른 풀이

두 개의 에 칠할 3가지씩의 색을 선택하는 경우의 수는

$${}_6\mathrm{C}_3\times{}_3\mathrm{C}_3\times\frac{1}{2}=20\times1\times\frac{1}{2}=10$$

3개씩의 정삼각형의 내부에 칠하는 경우의 수는

$$3!\times3!=6\times6=36$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$10\times36=360$$

34) 정답 ②

$f(1)=1$인 함수 $f:A\to B$의 개수는 집합 $A-\{1\}$에서 집합 B로의 함수의 개수와 같다.

이때 집합 $A-\{1\}$의 원소의 개수는 4이고 집합 B의 원소의 개수는 3이므로 구하는 함수의 개수는

$${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$$

35) 정답 ①

3개의 기호 ☆, ○, △ 중 1개씩만 택하여 나열하면 길이가 1인 신호 3개를 만들 수 있다.

3개의 기호 ☆, ○, △ 중 중복을 허락하여 2개를 택하여 나열하면 길이가 2인 신호 3^2개를 만들 수 있다.

길이가 n인 신호는 3^n개를 만들 수 있고 n의 값이 작을수록 기호를 적게 사용하여 신호를 만들 수 있다.

70개의 서로 다른 신호를 만들려면

$$3+3^2+3^3+\cdots+3^n \geq 70$$

즉, $\dfrac{3(3^n-1)}{3-1} \geq 70$에서

$$3^n \geq \frac{140}{3}+1 = 47.6\times\times\times$$

이때 $3^3=27$, $3^4=81$이므로 가장 작은 n의 값은 4이다.

따라서 구하는 길이가 가장 긴 신호의 길이는 4이다.

36) 정답 ①

소수는 2, 3, 5, 7이고 큰 수부터 차례대로 배열해야 하므로 7, 5, 3, 2의 순으로 배열한다. 즉, 2, 3, 5, 6, 7을 모두 같은 것으로 보고 일렬로 배열한 후 왼쪽부터 3개의 자리에 5, 6, 7을 배열한다.

이때, 5, 7의 순서는 정해져 있고 6의 자리에 따라 다른 배열이므로 경우의 수에 3을 곱한다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\dfrac{7!}{5!}\times 3 = 126$

다른 풀이

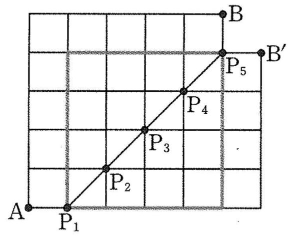
소수 2, 3, 5, 7은 7, 5, 3, 2의 순으로 배열해야 하고, 6을 3보다 왼쪽에 배열하려면 ○7○5○3에서 ○에 6을 넣으면 되므로 그 경우의 수는 3이다.

6의 자리가 정해지면 6, 7, 5, 3, 2의 맨 앞, 맨 뒤와 그 사이사이에 1을 배열하는 경우의 수는 6이고, 1의 자리가 정해지면 나머지 4를 배열하는 경우의 수는 7이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$3\times 6\times 7 = 126$$

37) 정답 ①

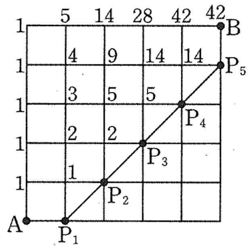


A 지점에서 출발하여 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중 적어도 한 지점을 지나면서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는 A 지점에서 P_i $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 지점까지 가는 경우의 수와 P_i $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 지점에서 B 지점까지 가는 경우의 수의 곱을 각각 구하여 합하고 중복된 경로를 뺀 것이다. 그런데 P_i $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 지점에서 B 지점까지 가는 경우의 수는 P_i $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 지점에서 B$'$ 지점까지 가는 경우의 수와 같다.

따라서 주어진 조건을 만족시키면서 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는 A 지점에서 출발하여 B$'$ 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{10!}{6!4!}=\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}=210$$

다른 풀이 1



A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{10!}{5!5!}=\frac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1}=252$$

그림에서 A 지점에서 출발하여 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중 어느 지점도 지나지 않으면서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는 42이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $252-42=210$

다른 풀이 2

A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{10!}{5!5!}=\frac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1}=252$$

그림에서 A 지점에서 출발하여 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중 어느 지점도 지나지 않으면서 B 지점까지 최단거리로 가는 경로는 D 또는 E 또는 F 지점을 경유하여 최단거리로 가는 경로로 나누어 생각할 수 있다.

$A\to D\to B$로 가는 경우의 수는

$$1\times1=1$$

$A\to E\to B$로 가는 경우의 수는

$$1\times\frac{4!}{1!3!}\times\frac{4!}{1!3!}\times1=16$$

$A\to F\to B$로 가는 경우의 수는

$$1\times\left(\frac{4!}{2!2!}-1\right)\times\left(\frac{4!}{2!2!}-1\right)\times1=25$$

따라서 구하는 경우의 수는 $252-(1+16+25)=210$

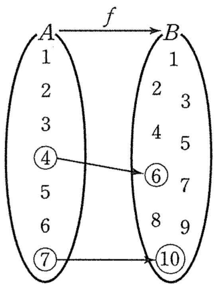
38) 정답 ②

구하는 경우의 수는 10장의 카드 중 4장의 카드를 뽑아 작은 수부터 배열하는 경우의 수와 같으므로

$${}_{10}\mathrm{C}_4=\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}=210$$

39) 정답 ③

조건 (나)에서 $f(4)=6$, $f(7)=10$이므로 함수 $f:A\to B$는 그림과 같다.



조건 (가)를 만족시키도록 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$을 결정하는 경우의 수는 집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에서 3개의 원소를 택하는 조합의 수이고, $f(5)$, $f(6)$을 결정하는 경우의 수는 집합 $\{7,\ 8,\ 9\}$에서 2개의 원소를 택하는 조합의 수이다.

따라서 구하는 함수 f의 개수는

$${}_5\mathrm{C}_3\times{}_3\mathrm{C}_2=10\times3=30$$

40) 정답 ①

(i) 연속한 a가 없는 경우

$\boxed{\quad}\,!\,\boxed{\quad}\,!\,\boxed{\quad}\,!\,\boxed{\quad}\,!$

4개의 !를 먼저 배열하고 4개의 $\boxed{\quad}$ 중에서 a를 넣을 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_4\mathrm{C}_3=4$$

(ii) aa가 1번 나오는 경우

$\boxed{\text{가}}\,!\,\boxed{\text{나}}\,!\,\boxed{\text{다}}\,!\,\boxed{\text{라}}\,!$

$\boxed{\text{가}}$에 aa를 넣는 경우 나머지 a를 $\boxed{\text{다}}$에 넣어야 하므로 경우의 수는 1

$\boxed{\text{나}}$에 aa를 넣는 경우 나머지 a를 $\boxed{\text{다}}$ 또는 $\boxed{\text{라}}$에 넣어야 하므로 경우의 수는 2

$\boxed{\text{다}}$에 aa를 넣는 경우 나머지 a를 $\boxed{\text{가}}$ 또는 $\boxed{\text{나}}$ 또는 $\boxed{\text{라}}$에 넣어야 하므로 경우의 수는 3

$\boxed{\text{라}}$에 aa를 넣는 경우 나머지 a를 $\boxed{\text{나}}$ 또는 $\boxed{\text{다}}$에 넣어야 하므로 경우의 수는 2

(i), (ii)에서 구하는 비밀번호의 개수는

$4+(1+2+3+2)=12$

다른 풀이

특수문자 !를 마지막에 사용하므로 !를 맨 마지막 자리에 놓고 3개의 a와 3개의 !를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{3!3!}=20$$

이 중에서 a를 3번 연속하여 사용하는 경우는

$aaa!!!!$, $!aaa!!!$, $!!aaa!!$, $!!!aaa!$

의 4가지가 있고, !만을 3번 연속하여 사용하는 경우는

$a!!!aa!$, $aa!!!a!$, $a!aa!!!$, $aa!a!!!$

의 4가지가 있다.

따라서 구하는 비밀번호의 개수는

$20-(4+4)=12$

41) 정답 ⑤

ㄱ. $n=6$일 때, 7개의 점 중 2개의 점을 택하면 직선이 하나 정의된다.

즉, ${}_7\mathrm{C}_2=21$

그런데 이 직선 중 정육각형의 길이가 가장 긴 대각선 3개는 원의 중심을 포함하여 3개의 점을 지나고 이와 같이 선택되는 경우의 수는

$3\times{}_3\mathrm{C}_2=9$

그러므로 구하는 직선의 개수는

$21-9+3=15$ (참)

ㄴ. $n=9$일 때, 정구각형의 모든 대각선은 원의 중심을 지나지 않으므로 구하는 삼각형의 개수는

$${}_{10}\mathrm{C}_3=\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120 \text{ (참)}$$

ㄷ. n이 짝수일 때, 정n각형의 대각선 중 길이가 가장 긴 $\frac{n}{2}$개의 대각선은 원의 중심을 지난다.

그러므로 구하는 삼각형의 개수는

$$\begin{aligned}{}_{n+1}\mathrm{C}_3-\frac{n}{2}\times{}_3\mathrm{C}_3&=\frac{(n+1)\times n\times(n-1)}{3\times2\times1}-\frac{n}{2}\\&=\frac{n(n-2)(n+2)}{6}\ \text{(참)}\end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

42) 정답 ①

$(a+b+c)^9$을 전개하여 얻은 항 $a^l b^m c^n$ 중 $lmn\neq0$인 항의 개수는 방정식 $l+m+n=9$를 만족시키는 자연수 l, m, n의 순서쌍 $(l,\ m,\ n)$의 개수와 같다.

이때 $l-1=x$, $m-1=y$, $n-1=z$라 하면 순서쌍 $(l,\ m,\ n)$의 개수는 방정식 $x+1+y+1+z+1=9$, 즉 $x+y+z=6$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수와 같다.

따라서 구하는 항의 개수는

${}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_6={}_8\mathrm{C}_2=28$

43) 정답 ③

$x=2l+1,\ y=2m+1,\ z=2n+1$이라 하면 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 방정식 $2l+1+2m+1+2n+1=97$, 즉

$l+m+n=47$을 만족시키는 음이 아닌 정수 $l,\ m,\ n$의 순서쌍 $(l,\ m,\ n)$의 개수와 같다.

따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는

$$ {}_3\mathrm{H}_{47}={}_{49}\mathrm{C}_{47}={}_{49}\mathrm{C}_2=1176 $$

44) 정답 ③

음이 아닌 세 정수 $x,\ y,\ z$에 대하여 부등식 $x+y+z\leq 7$을 만족시키는 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는

$\omega=7-(x+y+z)\geq 0$이므로 음이 아닌 네 정수 $x,\ y,\ z,\ w$에 대하여 방정식 $x+y+z+w=7$을 만족시키는 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ w)$의 개수와 같다.

따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는

$$ {}_4\mathrm{H}_7={}_{10}\mathrm{C}_7={}_{10}\mathrm{C}_3=\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120 $$

다른 풀이

다음 방정식을 만족시키는 음이 아닌 세 정수 $x,\ y,\ z$의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수를 구해보면

$x+y+z=0$인 경우 1

$x+y+z=1$인 경우 ${}_3\mathrm{H}_1={}_3\mathrm{C}_1=3$

$x+y+z=2$인 경우 ${}_3\mathrm{H}_2={}_4\mathrm{C}_2=6$

$x+y+z=3$인 경우 ${}_3\mathrm{H}_3={}_5\mathrm{C}_3={}_5\mathrm{C}_2=10$

$x+y+z=4$인 경우 ${}_3\mathrm{H}_4={}_6\mathrm{C}_4={}_6\mathrm{C}_2=15$

$x+y+z=5$인 경우 ${}_3\mathrm{H}_5={}_7\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_2=21$

$x+y+z=6$인 경우 ${}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_6={}_8\mathrm{C}_2=28$

$x+y+z=7$인 경우 ${}_3\mathrm{H}_7={}_9\mathrm{C}_7={}_9\mathrm{C}_2=36$

따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는

$$ 1+3+6+10+15+21+28+36=120 $$

45) 정답 ⑤

분할된 두 집합의 합집합이 집합 A이므로 한 집합이 정해지면 다른 집합도 정해진다.

그러므로 한 집합의 원소의 개수가 1인 집합을 구하면

$\{1\},\ \{3\},\ \{5\},\ \{7\},\ \{9\}$의 5개이다.

따라서 분할하는 경우의 수는 5이다.

46) 정답 ①

$$\begin{aligned}10&=1+1+1+1+6\\&=1+1+1+2+5\\&=1+1+1+3+4\\&=1+1+2+2+4\\&=1+1+2+3+3\\&=1+2+2+2+3\\&=2+2+2+2+2\end{aligned}$$

따라서 구하는 경우의 수는 7이다.

47) 정답 ⑤

1을 제외한 4개의 원소가 속한 집합을 공집합이 아닌 3개의 부분집합으로 분할한 후 세 부분집합 중 하나에 1을 넣으면 1이 속한 집합은 원소의 개수가 2 이상이다. 그러므로 구하는 경우의 수는 $3S(4,\ 3)$이다.

원소의 개수가 4인 집합을 공집합이 아니고 서로소인 3개의 부분집합으로 분할할 때, 세 부분집합의 원소의 개수는 $(2,\ 1,\ 1)$뿐이므로

$$S(4,\ 3)={}_4\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_1\times{}_1\mathrm{C}_1\times\frac{1}{2!}=6$$

따라서 구하는 경우의 수는$3S(4,\ 3)=3\times6=18$

다른 풀이

$S(4,\ 3)$을 직접 구하면 다음과 같다

$\{2\}\cup\{3\}\cup\{4,\ 5\}$, $\{2\}\cup\{4\}\cup\{3,\ 5\}$, $\{2\}\cup\{5\}\cup\{3,\ 4\}$

$\{3\}\cup\{4\}\cup\{2,\ 5\}$, $\{3\}\cup\{5\}\cup\{2,\ 4\}$, $\{4\}\cup\{5\}\cup\{2,\ 3\}$

따라서 $S(4,\ 3)=6$이고 이 집합들 중 1이 어디에 속해도 원소의 개수가 2이상이므로 구하는 경우의 수는

$$3\times6=18$$

48) 정답 ①

주어진 식의 전개식에서 x^5항은 $\left(2x^3-\dfrac{1}{x}\right)^6$의 전개식에서 x^6항을 미분하면 얻을 수 있다.

$\left(2x^3-\dfrac{1}{x}\right)^6$의 전개식은

$$\left(2x^3-\frac{1}{x}\right)^6=\sum_{r=0}^{6}{}_6\mathrm{C}_r(2x^3)^{6-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r$$

$$=\sum_{r=0}^{6} {}_6\mathrm{C}_r 2^{6-r}(-1)^r x^{18-4r}$$

x^6 항은 $18-4r=6$ 에서 $r=3$ 일 때이므로

$${}_6\mathrm{C}_3 2^3(-1)^3x^6=-\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}\times2^3\times x^6=-160x^6$$

따라서 이 항을 미분하면 $-960x^5$ 이므로 x^5 의 계수는 -960 이다.

49) 정답 ③

$(x-1)^4$ 의 전개식에서 일반항은

$${}_4\mathrm{C}_r x^r(-1)^{4-r}\ \ (\text{단, } r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

$(x+a)^3$ 의 전개식에서 일반항은

$${}_3\mathrm{C}_s x^s a^{3-s}\ \ (\text{단, } s=0,\ 1,\ 2,\ 3)$$

따라서 $(x-1)^4(x+a)^3$ 의 전개식에서 일반항은

$${}_4\mathrm{C}_r x^r(-1)^{4-r}\times{}_3\mathrm{C}_s x^s a^{3-s}={}_4\mathrm{C}_r\,{}_3\mathrm{C}_s(-1)^{4-r}a^{3-s}x^{r+s}$$

x 항은 $r+s=1$ 일 때이므로

$r=0,\ s=1$ 일 때, ${}_4\mathrm{C}_0\times{}_3\mathrm{C}_1(-1)^4a^2=3a^2$

$r=1,\ s=0$ 일 때, ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_0(-1)^3a^3=-4a^3$

에서 x 의 계수는 $3a^2-4a^3$ 이다.

또 상수항은 $r+s=0$, 즉 $r=s=0$ 일 때이므로

$${}_4\mathrm{C}_0\times{}_3\mathrm{C}_0(-1)^4a^3=a^3$$

따라서 $3a^2-4a^3=a^3$ 에서 $a=\dfrac{3}{5}$

50) 정답 ①

$(1-x^k)^k$ 의 전개식에서 일반항은

$${}_k\mathrm{C}_r(-x^k)^r={}_k\mathrm{C}_r(-1)^r x^{kr}$$

이 식에서 $1\le k\le 20$ 이고 $0\le r\le k$ 이다.

x^{15} 항은 $kr=15$ 에서 $k=15,\ r=1$ 또는 $k=5,\ r=3$ 일 때이다.

(i) $k=15,\ r=1$ 일 때, x^{15} 의 계수는

$${}_{15}\mathrm{C}_1\times(-1)^1=-15$$

(ii) $k=5,\ r=3$ 일 때, x^{15} 의 계수는

$${}_5\mathrm{C}_3\times(-1)^3=-10$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 x^{15}의 계수는

$$-15+(-10)=-25$$

51) 정답 ③

이항계수의 성질에 의하여

${}_{n}\mathrm{C}_1+{}_{n}\mathrm{C}_3+{}_{n}\mathrm{C}_5+\cdots=2^{n-1}$이므로

$${}_{2k}\mathrm{C}_1+{}_{2k}\mathrm{C}_3+{}_{2k}\mathrm{C}_5+\cdots+{}_{2k}\mathrm{C}_{2k-1}=2^{2k-1}$$

따라서

$$f(n)=\sum_{k=1}^{n}2^{2k-1}=\sum_{k=1}^{n}\left(2\times4^{k-1}\right)$$
$$=\frac{2\left(4^n-1\right)}{4-1}=\frac{2}{3}\left(4^n-1\right)$$

이므로

$$f(5)=\frac{2}{3}\left(4^5-1\right)=682$$

참고

이항정리에 의하여

$$(x+1)^{2k}=\sum_{r=0}^{2k}{}_{2k}\mathrm{C}_r x^r,\ \ (x-1)^{2k}=\sum_{r=0}^{2k}{}_{2k}\mathrm{C}_r x^r(-1)^{2k-r}$$

이므로 $x=1$을 대입하면

$$2^{2k}=\sum_{r=0}^{2k}{}_{2k}\mathrm{C}_r,\ \ 0=\sum_{r=0}^{2k}(-1)^{2k-r}{}_{2k}\mathrm{C}_r$$

변끼리 빼면

$$2^{2k}=\sum_{r=0}^{2k}{}_{2k}\mathrm{C}_r-\sum_{r=0}^{2k}(-1)^{2k-r}{}_{2k}\mathrm{C}_r$$
$$=\sum_{r=0}^{2k}\left\{{}_{2k}\mathrm{C}_r-(-1)^{2k-r}{}_{2k}\mathrm{C}_r\right\}$$
$$=\sum_{i=1}^{k}2\,{}_{2k}\mathrm{C}_{2i-1}$$
$$=2\left({}_{2k}\mathrm{C}_1+{}_{2k}\mathrm{C}_3+{}_{2k}\mathrm{C}_5+\cdots+{}_{2k}\mathrm{C}_{2k-1}\right)$$

따라서 ${}_{2k}\mathrm{C}_1+{}_{2k}\mathrm{C}_3+\cdots+{}_{2k}\mathrm{C}_{2k-1}=2^{2k-1}$

52) 정답 ⑤

ㄱ. $(x+1)^n=\sum_{r=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_r x^r 1^{n-r}=\sum_{r=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_r x^r$ 에서

$n=20$, $x=-1$ 을 대입하면

$\sum_{r=0}^{n}\left\{(-1)^r\times{}_{20}\mathrm{C}_r\right\}=(1-1)^{20}=0$ (참)

ㄴ. $\sum_{r=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_r=2^n$ 이므로

$\sum_{n=1}^{9}\left(\sum_{r=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_r\right)=\sum_{n=1}^{9}2^n=\frac{2(2^9-1)}{2-1}=2^{10}-2=1022$ (참)

ㄷ. $\sum_{r=0}^{10}\left({}_{10}\mathrm{C}_r\times3^{10-r}\times5^r\right)=(3+5)^{10}=8^{10}=2^{30}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

53) 정답 ③

$31^{25}=(32-1)^{25}$

$={}_{25}\mathrm{C}_0 32^{25}+{}_{25}\mathrm{C}_1 32^{24}\times(-1)^1+{}_{25}\mathrm{C}_2 32^{23}\times(-1)^2+\cdots$

$+{}_{25}\mathrm{C}_{23}32^2\times(-1)^{23}+{}_{25}\mathrm{C}_{24}32\times(-1)^{24}+{}_{25}\mathrm{C}_{25}\times(-1)^{25}$

$=32^2(32^{23}-25\times32^{22}+300\times32^{21}-\cdots-300)+25\times32-1$

따라서 31^{25} 을 32^2 으로 나눈 나머지는

$25\times32-1=799$

54) 정답 ③

집합 A 에서 임의로 한 개의 원소를 택하는 경우의 수는 20 이다.

이차방정식 $8x^2-2ax+a=0$ 이 실근을 가지려면 이차방정식의 판별식을 D라 할 때, $D\geq0$ 이어야 하므로

$\frac{D}{4}=a^2-8a=a(a-8)\geq0$

$a\leq0$ 또는 $a\geq8$

즉, 주어진 방정식이 실근을 가지도록 하는 a의 값은

8, 9, 10, $\cdots$, 20 으로 13 개이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{13}{20}$ 이다.

55) 정답 ①

주사위와 정십이면체를 던져서 나올 수 있는 m, n의 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는

$$6\times12=72$$

$i^{m+n}=1$이 되기 위해서는 $m+n$이 4의 배수가 되어야 한다. 즉,

$m=1$ 또는 5이면 $n=3,\ 7,\ 11$ 중의 하나,

$m=2$ 또는 6이면 $n=2,\ 6,\ 10$ 중의 하나,

$m=3$이면 $n=1,\ 5,\ 9$ 중의 하나,

$m=4$이면 $n=4,\ 8,\ 12$ 중의 하나가 되어야 한다.

그러므로 $i^{m+n}=1$이 되는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는

$$2\times3+2\times3+1\times3+1\times3=18$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{18}{72}=\frac{1}{4}$$

56) 정답 ②

2개의 주사위와 정사면체를 동시에 던질 때, 나오는 경우의 수는

$$6\times6\times4=144$$

두 주사위를 던져 나온 눈의 수의 합이 정사면체로부터 나온 수의 배수가 되는 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 정사면체로부터 나온 수가 1일 때,

$$6\times6=36$$

(ⅱ) 정사면체로부터 나온 수가 2일 때,

두 주사위로부터 나온 눈의 수가 모두 짝수이거나 모두 홀수이므로

$$3\times3+3\times3=18$$

(ⅲ) 정사면체로부터 나온 수가 3일 때,

두 주사위로부터 나온 눈의 수가 모두 3의 배수이거나 $3k+1$꼴과 $3k+2$꼴이므로

$$2\times2+2\times2+2\times2=12$$

(ⅳ) 정사면체로부터 나온 수가 4일 때,

두 주사위로부터 나온 눈의 수는 $(1,\ 3)$, $(2,\ 2)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 1)$,

$(3,\ 5)$, $(4,\ 4)$, $(5,\ 3)$, $(6,\ 2)$, $(6,\ 6)$의 9가지이다.

따라서 구하는 확률은

$$\frac{36+18+12+9}{144}=\frac{75}{144}=\frac{25}{48}$$

57) 정답 ①

화학 Ⅰ을 선택하는 사건을 A, 생명과학 Ⅱ를 선택하는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{21}{35}=\frac{3}{5}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{15}{35}=\frac{3}{7}$, $\mathrm{P}(A^c\cap B^c)=\frac{5}{35}=\frac{1}{7}$

그러므로 $\mathrm{P}((A\cup B)^c)=\mathrm{P}(A^c\cap B^c)=\frac{1}{7}$ 에서

$$\mathrm{P}(A\cup B)=1-\mathrm{P}((A\cup B)^c)=1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$$

따라서

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cap B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cup B)\\&=\frac{3}{5}+\frac{3}{7}-\frac{6}{7}=\frac{6}{35}\end{aligned}$$

58) 정답 ③

모든 경우의 수는 $4!=24$

모임에 참가한 사람을 각각 A, B, C, D 라 하고 각각의 모자를 a, b, c, d 라 하면

(ⅰ) 모두 자신의 모자를 쓰지 못한 경우

A	B	C	D
b	a	d	c
	c	d	a
	d	a	c
c	a	d	b
	d	a	b
		b	a
d	a	b	c
	c	a	b
		b	a

위에서 구하는 확률은 $\frac{9}{24}$

(ⅱ) 한 사람만 자신의 모자를 쓰는 경우

다음은 A 만 자신의 모자를 쓴 경우이다.

A	B	C	D
a	c	d	b
	d	b	c

이때 4 명이 각각 같은 경우가 존재하므로 확률은 $\frac{8}{24}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$$\frac{9}{24}+\frac{8}{24}=\frac{17}{24}$$

59) 정답 ③

A, B, C 3개의 주사위를 던졌을 때 나오는 모든 경우의 수는 6^3이다. $a<b<c$인 경우에

$(a-b)(b-c)(c-a)=2$가 되어야 하므로 $b-1=a$이고 $b+1=c$이다.

이때 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$는 $(1,\ 2,\ 3)$, $(2,\ 3,\ 4)$, $(3,\ 4,\ 5)$, $(4,\ 5,\ 6)$의 4개이므로 확률은 $\frac{4}{6^3}$이다.

$a,\ b,\ c$의 순서가 바뀌어도 조건을 만족시킬 확률은 각각 $\frac{4}{6^3}$로 같다.

한편, a, b, c의 순서를 정하는 경우는

$a-b=2$ 또는 $b-c=2$ 또는 $c-a=2$인 경우이므로

$b<c<a$, $c<a<b$, $a<b<c$의 3가지이다.

따라서 구하는 확률은 $3\times\frac{4}{6^3}=\frac{1}{18}$

참고

$(a-b)(b-c)(c-a)=2$에서 $a-b=1$, $b-c=1$이면

$a=b+1$, $c=b-1$이므로 $c-a=-2$가 된다.

따라서 $(a-b)(b-c)(c-a)=-2$가 되어 주어진 식이 성립하지 않는다.

60) 정답 ⑤

흰 공을 한 개 이상 꺼내는 사건을 A라 할 때, 검은 공만을 꺼내는 사건은 A^c이다.

주머니에서 3개의 공을 꺼내는 경우의 수는

$${}_7\mathrm{C}_3=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$$

그러므로 검은 공만을 꺼낼 확률은

$$\mathrm{P}(A^c)=\frac{1}{35}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^c)=1-\frac{1}{35}=\frac{34}{35}$$

61) 정답 12

면접 보는 순서는 7명의 학생들을 일렬로 세우는 방법과 같다.

남학생 5명과 여학생 2명이 면접 보는 순서를 정하는 방법의 수는 7!

두 여학생이 연속하여 면접을 보는 경우 두 여학생을 한 사람으로 생각하면 6명을 일렬로 세우는 방법의 수는 6!이고 두 여학생이 자리를 바꾸는 방법의 수는 2이므로 두 여학생이 연속하여 면접을 보도록 정해질 확률은

$$\frac{6!\times2}{7!}=\frac{2}{7}$$

따라서 두 여학생이 연속하여 면접을 보지 않도록 정해질 확률은

$$1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$$

따라서 $p=7$, $q=5$이므로

$$p+q=12$$

62) 정답 ①

10으로 나누어떨어지지 않는다는 의미는 기계에서 찍혀 나온 5개 수의 곱이 10의 배수가 아니라는 의미이다.
즉, 15가 나오지 않는 사건을 A, 12나 28이 나오지 않는 사건을 B라 할 때, 사건 A가 일어나거나 사건 B가 일어났다는 의미이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\left(\frac{4}{5}\right)^5$, $\mathrm{P}(B)=\left(\frac{3}{5}\right)^5$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\left(\frac{2}{5}\right)^5$ 이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\left(\frac{4}{5}\right)^5+\left(\frac{3}{5}\right)^5-\left(\frac{2}{5}\right)^5=\frac{1235}{3125}=\frac{247}{625}\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}((A\cup B)^c)=1-\mathrm{P}(A\cup B)=1-\frac{247}{625}=\frac{378}{625}$$

63) 정답 ⑤

n개의 공 중에서 2개의 공을 꺼내는 경우의 수는

$${}_{n}\mathrm{C}_2=\frac{n(n-1)}{2}$$

꺼낸 2개의 공이 모두 검은 공인 경우의 수는

$${}_{n-3}\mathrm{C}_2=\frac{(n-3)(n-4)}{2}$$

따라서 $\mathrm{P}_n=\frac{(n-3)(n-4)}{n(n-1)}$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}_{11}-\mathrm{P}_{10}&=\frac{(11-3)(11-4)}{11\times(11-1)}-\frac{(10-3)(10-4)}{10\times(10-1)}\\&=\frac{7}{10}\times\left(\frac{8}{11}-\frac{6}{9}\right)\\&=\frac{7}{10}\times\frac{2}{33}=\frac{7}{165}\end{aligned}$$

64) 정답 ③

가장 큰 수가 k번째 카드에 나와서 철수가 이길 확률은 a_k라 할 때, $k=1,\ 2,\ 3$인 경우에는 ‘멈춤’ 버튼을 누르지 않으므로 철수가 이길 수 없다. 즉,

$$a_1=a_2=a_3=0$$

$k=4$이면 4번째 카드에 가장 큰 수가 나오므로

$$a_4=\frac{1}{7}$$

$k=5$이면 5번째 카드에 가장 큰 수가 나와야 하고 4번째 카드에 나오는 수는 앞의 3장의 카드에서 나온 수 중 적어도 어느 한 수 보다 작아야 한다. 이때 4장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $4!$이고, 4장의 카드에 적힌 수 중에서 가장 큰 수는 첫 번째, 2번째, 3번째 카드에 나올 수 있으므로 3가지, 가장 큰 수를 제외한 나머지 3개의 수를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $3!$이다. 즉,

$$a_5=\frac{3\times 3!}{4!}\times\frac{1}{7}=\frac{3}{28}$$

같은 방법으로

$$a_6=\frac{3\times 4!}{5!}\times\frac{1}{7}=\frac{3}{35}\ ,\ a_7=\frac{3\times 5!}{6!}\times\frac{1}{7}=\frac{1}{14}$$

따라서 철수가 이길 확률은

$$a_1+a_2+\cdots+a_7=0+0+0+\frac{1}{7}+\frac{3}{28}+\frac{3}{35}+\frac{1}{14}=\frac{57}{140}$$

65) 정답 ④

책 15권을 모두 나열하는 경우의 수는

$${}_{15}\mathrm{P}_{15}=15!$$

가장 쪽수가 많은 책은 5번째 칸에 넣어야 하고, 나머지 14권 중 4권을 뽑아 5번째 칸에 꽂는 경우의 수는

$${}_{14}\mathrm{C}_2\times 5!$$

5번째 칸을 채우고 남은 나머지 10권 중 가장 쪽수가 많은 책은 4번째 칸에 넣어야 하고, 나머지 9권 중 3권을 뽑아 4번째 칸에 꽂는 경우의 수는

$${}_{9}\mathrm{C}_3\times 4!$$

5번째 칸과 4번째 칸을 채우고 남은 나머지 6권 중 가장 쪽수가 많은 책은 3번째 칸에 넣어야 하고, 나머지 5권 중 2권을 뽑아 3번째 칸에 꽂는 경우의 수는

$${}_{5}\mathrm{C}_2\times 3!$$

5, 4, 3번째 칸을 채우고 남은 나머지 3권 중 가장 쪽수가 많은 책은 2번째 칸에 넣어야 하고, 나머지 2권 중 1권을 뽑아 2번째 칸에 꽂는 경우의 수는

$${}_{2}\mathrm{C}_1\times 2!$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{{}_{14}\mathrm{C}_4\times 5!\times{}_{9}\mathrm{C}_3\times 4!\times{}_{5}\mathrm{C}_2\times 3!\times{}_{2}\mathrm{C}_1\times 2!}{15!}$$

$$= \frac{1}{15!}\left(\frac{14\times13\times12\times11}{4\times3\times2\times1}\times5!\times\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}\times4! \times\frac{5\times4}{2\times1}\times3!\times2\times2!\right)$$

$$= \frac{5\times4\times3\times2}{15\times10\times6\times3}$$

$$= \frac{2}{45}$$

다른 풀이 1

$P_4 < P_5$를 만족하기 위해서는 가장 쪽수가 많은 책이 5번째 칸에 꽂혀 있어야 한다.

1번째부터 5번째 칸에 책이 꽂힐 수 있는 자리는 $1+2+3+4+5=15$이고 가장 쪽수가 많은 책이 꽂혀야 하는 자리는 5번째 칸의 5개의 자리 중 하나이므로 그 확률은 $\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$ 이다.

$P_1 < P_2 < P_3 < P_4$가 성립하도록 4번째 칸에 꽂혀 있어야 할 책을 선택하는 데는 5번째 칸에 꽂힌 5권의 책의 쪽수는 중요하지 않다. 1번째부터 4번째 칸에 꽂히게 되는 책들 중 가장 쪽수가 많은 책이 4번째 칸에 꽂히면 조건을 만족시킨다.

1번째부터 4번째 칸에 책이 꽂힐 수 있는 자리는 $1+2+3+4=10$이고

4번째 칸은 4개의 자리가 있으므로 10권의 책 중 가장 쪽수가 많은 책이 4번째 칸에 꽂힐 확률은

$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ 이다.

3번째 칸도 같은 이유로 $\frac{3}{1+2+3}=\frac{1}{2}$ 이고

2번째 칸도 같은 이유로 $\frac{2}{1+2}=\frac{2}{3}$ 이다.

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{45}$$

다른 풀이 2

앞의 과정을 조합의 기호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

15권의 책 중에서 가장 쪽수가 많은 책이 5번째 칸에 꽂힐 확률은

$$\frac{{}_{14}C_4}{{}_{15}C_5}=\frac{1}{3}$$

남은 10권의 책 중에서 가장 쪽수가 많은 책이 4번째 칸에 꽂힐 확률은

$$\frac{{}_{9}C_3}{{}_{10}C_4}=\frac{2}{5}$$

남은 6권의 책 중에서 가장 쪽수가 많은 책이 3번째 칸에 꽂힐 확률은

$$\frac{{}_{5}C_2}{{}_{6}C_3}=\frac{1}{2}$$

남은 3권의 책 중에서 가장 쪽수가 많은 책이 2번째 칸에 꽂힐 확률은

$$\frac{{}_2\mathrm{C}_1}{{}_3\mathrm{C}_2}=\frac{2}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{45}$$

66) 정답 ④

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\mid B)-\mathrm{P}(B\mid A)&=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}-\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}\\&=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\frac{1}{5}}-\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\frac{1}{3}}\\&=2\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}\end{aligned}$$

이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{8}$ 이다.

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B^c)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{1}{3}-\frac{1}{8}=\frac{5}{24}$

67) 정답 ②

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\frac{4}{3}\mathrm{P}(A\cap B)+\frac{3}{2}\mathrm{P}(A\cap B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\frac{11}{36}\end{aligned}$$

에서 $\frac{11}{6}\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{11}{36}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6}$

따라서 $\mathrm{P}(A)=\frac{2}{9}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}$ 이므로

$\mathrm{P}(B^c)=1-\mathrm{P}(B)=\frac{3}{4}$ 이고

$\mathrm{P}(A\cap B^c)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{18}$ 이므로

$$\mathrm{P}(A\mid B^c)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^c)}{\mathrm{P}(B^c)}=\frac{1}{18}\times\frac{4}{3}=\frac{2}{27}$$

68) 정답 ①

$\mathrm{P}(B \mid A) = \dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ 이므로

$$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B \mid A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

한편, $A \cap B^c$, $B \cap A^c$는 서로 배반사건이므로

$$\begin{aligned} &\mathrm{P}((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) \\ &= \mathrm{P}(A \cap B^c) + \mathrm{P}(B \cap A^c) \\ &= \mathrm{P}(A) - \mathrm{P}(A \cap B) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{8} + \mathrm{P}(B) - \frac{1}{8} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

에서 $\mathrm{P}(B) = \dfrac{3}{8}$ 이다.

따라서 $\mathrm{P}(A \mid B) = \dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)} = \dfrac{1}{8} \times \dfrac{8}{3} = \dfrac{1}{3}$

69) 정답 ④

$$\mathrm{P}(B \mid A) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

에서 $n(A \cap B) = 8$이다. 또한

$$\mathrm{P}(A \mid B) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{13} = \frac{8}{26}$$

에서 $n(B) = 26$이다.

이때 회원 분포는 다음 표와 같다.

(단위 : 명)

구분	남자(A)	여자(A^C)	계
50세 이상(B)	8	18	26
50세 미만(B^C)	4	10	14
계	12	28	40

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A^c \mid B^c) = \dfrac{\mathrm{P}(A^c \cap B^c)}{\mathrm{P}(B^c)} = \dfrac{n(A^c \cap B^c)}{n(B^c)} = \dfrac{10}{14} = \dfrac{5}{7}$

70) 정답 ②

주어진 조건을 표로 나타내면 다음과 같다.

(단위 : 명)

구분	국제 주가 오름	국제 주가 내림	계
국내 주가 오름	a	b	33
국내 주가 내림	c	d	12
계	27	18	45

주어진 조건에서 $d=5$

$c+5=12$ 에서 $c=7$

$a+7=27$ 에서 $a=20$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{a}{27}=\frac{20}{27}$$

71) 정답 ③

철수가 2번의 경기만으로 우승할 수 있는 대진표가 짜여지는 사건을 A라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A^c)=\frac{2}{3}$$

이때 철수가 우승할 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{3}{16}$$

$$\mathrm{P}(A^c\cap B)=\frac{2}{3}\times\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{9}{32}$$

$$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^c\cap B)=\frac{3}{16}+\frac{9}{32}=\frac{15}{32}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\mid B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{3}{16}\times\frac{32}{15}=\frac{2}{5}$$

72) 정답 ⑤

같은 색의 구슬이 한 번 나오고 서로 다른 색의 구슬이 한 번 나와야 주머니에 3개의 구슬이 남게 된다.

(ⅰ) 같은 색의 구슬이 나온 후 서로 다른 색의 구슬이 나올 확률은 $\frac{2\times{}_3\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_2}\times\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_1\mathrm{C}_1}{{}_4\mathrm{C}_2}=\frac{2\times3\times3\times1}{15\times6}=\frac{1}{5}$

(ⅱ) 서로 다른 색의 구슬이 나온 후 같은 색의 구슬이 나올 확률은

$\frac{{}_3C_1 \times {}_3C_1}{{}_6C_2} \times \left(\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} + \frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}\right) = \frac{3\times3}{15}\left(\frac{1}{10} + \frac{3}{10}\right) = \frac{6}{25}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{6}{25} = \frac{11}{25}$$

73) 정답 ⑤

(ⅰ) 흥부와 놀부가 뽑은 카드에 적혀 있는 수가 서로 같을 확률

흥부가 임의의 숫자가 적혀 있는 카드를 뽑을 확률은 1이고 놀부가 같은 숫자가 적혀 있는 카드를 뽑을 확률은 $\frac{1}{5}$이므로 두 사람이 뽑은 카드에 적혀 있는 수가 서로 같을 확률은

$1 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

(ⅱ) 흥부가 뽑은 카드에 적혀 있는 수가 놀부가 뽑은 카드에 적혀 있는 수보다 클 확률

흥부가 1이 적혀 있는 카드를 뽑으면 놀부가 뽑을 수 있는 카드가 없으므로 흥부가 2이상의 숫자가 적혀 있는 카드를 뽑아야 한다. 이때 흥부가 2가 적혀 있는 카드를 뽑을 확률은 $\frac{1}{5}$이고, 이 경우 놀부는 1이 적혀 있는 카드를 뽑아야 하므로 그 확률은 $\frac{1}{5}$이다.

같은 이유로 흥부가 k가 적혀 있는 카드를 뽑으면 놀부가 뽑을 수 있는 카드의 개수는 $k-1$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) = \frac{2}{5}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$$

74) 정답 ②

주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 A, 주머니에서 꺼낸 두 개의 탁구공의 색이 서로 같은 사건을 B라 하자.

(ⅰ) 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오고, 주머니에서 꺼낸 두 개의 탁구공의 색이 서로 같은 경우의 확률은

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(A \cap B) &= \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B \mid A) \\ &= \frac{2}{6} \times \frac{{}_3C_2 + {}_2C_2}{{}_5C_2} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15} \end{aligned}$$

(ⅱ) 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오지 않고, 주머니에서 꺼낸 두 개의 탁구공의 색이 서로 같은 경우의

확률은

$$\mathrm{P}(A^c \cap B) = \mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B \mid A^c)$$

$$= \frac{4}{6} \times \frac{{}_3\mathrm{C}_2 + {}_4\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_2} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

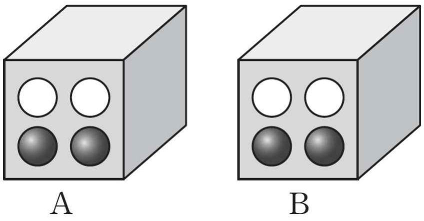
$$\mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(A \cap B) + \mathrm{P}(A^c \cap B)$$

$$= \frac{2}{15} + \frac{2}{7} = \frac{44}{105}$$

75) 정답 ③

갑과 을이 A, B 두 상자에서 각각 2개의 바둑돌을 꺼낸 후, A, B 두 상자 안에 남아 있는 흰 바둑돌의 개수가 서로 같고, 또 검은 바둑돌의 개수도 서로 같은 경우는 다음과 같이 2가지이다.

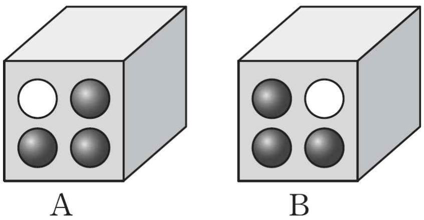
(ⅰ)



위의 그림과 같이 남을 확률은

$$\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_2} \times \frac{{}_3\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_2} = \frac{6}{25}$$

(ⅱ)



위의 그림과 같이 남을 확률은

$$\frac{{}_2\mathrm{C}_1 \times {}_4\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_2} \times \frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_2} = \frac{8}{75}$$

(ⅰ), (ⅱ)는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\frac{6}{25} + \frac{8}{75} = \frac{26}{75}$$

76) 정답 ②

갑이 1회, 2회, 3회에 주사위를 던지는 것을 중단하는 사건을 각각 A, B, C라 하고 5의 눈이 나오는 사건을 X라 하면

$$\mathrm{P}(A\cap X)=\frac{1}{6}$$

$$\mathrm{P}(B\cap X)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{9}$$

$$\mathrm{P}(C\cap X)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{3}$$

77) 정답 ①

$\mathrm{P}\left(A\cap B^c\right)=\frac{1}{15}$, $\mathrm{P}\left(B|A^c\right)=\frac{1}{3}$ 이고

두 사건 A, B가 서로 독립이면 두 사건 A^c과 B, A와 B^c도 서로 독립이므로

$$\mathrm{P}\left(B|A^c\right)=\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}\left(A\cap B^c\right)&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}\left(B^c\right)=\mathrm{P}(A)\left(1-\mathrm{P}(B)\right)\\&=\frac{2}{3}\mathrm{P}(A)=\frac{1}{15}\end{aligned}$$

에서 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{10}$

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{10}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{30}$

78) 정답 ⑤

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$$\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4}$$

두 사건 A, B가 서로 독립이면 두 사건 A^c과 B^c도 서로 독립이므로

$$\mathrm{P}\left(B^c|A^c\right)=\mathrm{P}\left(B^c\right)=\frac{1}{3}$$

따라서 $\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}\left(B^c\right)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ 이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)P(B)\\&=\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\end{aligned}$$

79) 정답 ②

점 P가 점 B$(2,\ 3)$에 도달할 사건을 X,

점 P가 점 A$(1,\ 2)$를 지나지 않고 움직이는 사건을 Y라 하자.

주사위 1개를 던져 점 P가 x축의 방향으로 1만큼 움직일 확률은 $\frac{1}{3}$이고 y축의 방향으로 1만큼 움직일 확률은 $\frac{2}{3}$이다. 따라서

$$\mathrm{P}(X)={}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{80}{243}$$

점 P가 점 A를 반드시 거쳐 점 B에 도달할 확률은

$$\left\{{}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2\right\}\times\left\{{}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\right\}=\frac{16}{81}$$

이므로 $\mathrm{P}(X\cap Y)=\frac{80}{243}-\frac{16}{81}=\frac{32}{243}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(Y|X)=\frac{\mathrm{P}(X\cap Y)}{\mathrm{P}(X)}=\frac{32}{243}\times\frac{243}{80}=\frac{2}{5}$$

80) 정답 ④

A, B 모두 n점이 나올 확률을 P_n이라 하면

$$\mathrm{P}_n=\frac{1}{6}\times{}_6\mathrm{C}_n\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{1}{2}\right)^{6-n}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 6)$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}&\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2+\mathrm{P}_3+\mathrm{P}_4+\mathrm{P}_5+\mathrm{P}_6\\&=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2^6}\left({}_6\mathrm{C}_1+{}_6\mathrm{C}_2+{}_6\mathrm{C}_3+{}_6\mathrm{C}_4+{}_6\mathrm{C}_5+{}_6\mathrm{C}_6\right)\\&=\frac{2^6-1}{6\times2^6}\\&=\frac{21}{128}\end{aligned}$$

81) 정답 813

첫 번째 시행에서 5개의 동전이 모두 앞면이 나오면 한 번 만에 시행이 끝나게 된다. 따라서 두 번 만에 시행이 끝나는 경우는 첫 번째 시행에서 앞면이 0개, 1개, 2개, 3개, 4개 나오는 경우로 나눈다.

(ⅰ) 첫 번째 시행에서 앞면이 0개 나오고, 두 번째 시행에서 앞면이 5개 나올 확률은 ${}_5\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{1024}$

(ⅱ) 첫 번째 시행에서 앞면이 1개 나오고, 두 번째 시행에서 앞면이 4개 나올 확률은 ${}_5\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{5}{512}$

(ⅲ) 첫 번째 시행에서 앞면이 2개 나오고, 두 번째 시행에서 앞면이 3개 나올 확률은 ${}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{10}{256}$

(ⅳ) 첫 번째 시행에서 앞면이 3개 나오고, 두 번째 시행에서 앞면이 2개 나올 확률은 ${}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{10}{128}$

(ⅴ) 첫 번째 시행에서 앞면이 4개 나오고, 두 번째 시행에서 앞면이 1개 나올 확률은 ${}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{5}{64}$

(ⅰ)~(ⅴ)에서 구하는 확률은

$$\frac{1+10+40+80+80}{1024}=\frac{211}{1024}$$

따라서 $p=1024,\ q=211$이므로

$$p-q=813$$

82) 정답 ②

확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{12}+\frac{5}{12}+a+b=1,\ a+b=\frac{1}{2} \qquad \cdots\cdots \qquad ㉠$$

$$\mathrm{P}(X>1)-\mathrm{P}(X\le 3)$$
$$=\{\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)\}$$
$$-\{\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)\}$$
$$=\mathrm{P}(X=4)-\mathrm{P}(X=1)=b-\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$$

따라서 $b=\frac{1}{4}$이고 이것을 ㉠에 대입하면 $a=\frac{1}{4}$이다.

$$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{12}+2\times\frac{5}{12}+3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{4}=\frac{8}{3}$$

따라서

$$\mathrm{V}(X)=1^2\times\frac{1}{12}+2^2\times\frac{5}{12}+3^2\times\frac{1}{4}+4^2\times\frac{1}{4}-\left(\frac{8}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$$

83) 정답 ③

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 3, 4, 5, 6이다.

예를 들어, 흰 공을 W, 검은 공을 B라 할 때, $X=4$인 경우는 흰 공 3개, 검은 공 1개가 나오는 경우이므로 이를 나타내면 (W, W, B, W), (W, B, W, W), (B, W, W, W)이다.

따라서 각각의 확률을 구하면 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(X=3)=\frac{{}_4\mathrm{P}_3}{{}_7\mathrm{P}_3}=\frac{4}{35}$$

$$\mathrm{P}(X=4)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_1\times 3!}{{}_7\mathrm{P}_3}\times\frac{2}{4}=\frac{9}{35}$$

$$\mathrm{P}(X=5)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_2\times 4!}{{}_7\mathrm{P}_4}\times\frac{2}{3}=\frac{12}{35}$$

$$\mathrm{P}(X=6)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_3\times 5!}{{}_7\mathrm{P}_5}\times\frac{2}{2}=\frac{2}{7}$$

따라서 $\mathrm{E}(X)=3\times\frac{4}{35}+4\times\frac{9}{35}+5\times\frac{12}{35}+6\times\frac{2}{7}=\frac{24}{5}$

84) 정답 ③

$\mathrm{E}(X)=-2\times\frac{3-a}{8}+0\times\frac{1}{4}+2\times\frac{2+a}{8}+4\times\frac{1}{8}=\frac{5}{4}$ 에서

$$\frac{a-3}{4}+\frac{a+2}{4}+\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$$

$$2a+1=5,\ a=2$$

따라서 $\mathrm{E}(a^2X-2)=a^2\mathrm{E}(X)-2=4\times\frac{5}{4}-2=3$

85) 정답 ①

확률의 총합은 1이므로

$a+\frac{1}{3}+a+\frac{1}{6}=1$에서 $a=\frac{1}{4}$

따라서 확률변수 X의 평균은

$$\mathrm{E}(X)=2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{4}+6\times\frac{1}{6}=\frac{7}{2}$$

$$\mathrm{E}(nX+3)=n\mathrm{E}(X)+3=n\times\frac{7}{2}+3=17$$

에서 $n=4$

한편, $\mathrm{V}(X)=2^2\times\frac{1}{4}+3^2\times\frac{1}{3}+4^2\times\frac{1}{4}+6^2\times\frac{1}{6}-\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{7}{4}$

따라서, $\mathrm{V}(nX+3)=n^2\mathrm{V}(X)=4^2\times\frac{7}{4}=28$

86) 정답 105

주머니에서 임의로 3개의 공을 꺼내는 모든 경우의 수는 ${}_6\mathrm{C}_3=20$이고 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 3, 4, 5, 6이다.

(ⅰ) $X=3$일 때,

주머니에서 1, 2, 3이 적힌 공이 나오는 경우이므로 구하는 경우의 수는 1이다. 따라서 $\mathrm{P}(X=3)=\frac{1}{20}$

(ⅱ) $X=4$일 때,

주머니에서 임의로 꺼낸 3개의 공 중 가장 큰 수가 4인 경우이다. 이것은 3개 중 한 개는 4가 적혀 있는 공이고, 1, 2, 3이 적힌 3개의 공 중에서 나머지 2개를 뽑는 경우이므로 구하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2=3$ 따라서 $\mathrm{P}(X=4)=\frac{3}{20}$

(ⅲ) $X=5$일 때,

주머니에서 임의로 꺼낸 3개의 공 중 가장 큰 수가 5인 경우이다.

이것은 3개 중 한 개는 5가 적혀 있는 공이고, 1, 2, 3, 4가 적힌 4개의 공 중에서 나머지 2개를 뽑는 경우이므로 구하는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2=6$ 따라서 $\mathrm{P}(X=5)=\frac{6}{20}$

(ⅳ) $X=6$일 때,

주머니에서 임의로 꺼낸 3개의 공 중 가장 큰 수가 6인 경우이다.

이것은 3개 중 한 개는 6이 적혀 있는 공이고, 1, 2, 3, 4, 5가 적힌 5개의 공 중에서 나머지 2개를 뽑는 경우이므로 구하는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_2=10$ 따라서 $\mathrm{P}(X=6)=\frac{10}{20}$

이때 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	3	4	5	6	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{10}{20}$	1

$\mathrm{E}(X)=3\times\frac{1}{20}+4\times\frac{3}{20}+5\times\frac{6}{20}+6\times\frac{10}{20}=\frac{21}{4}$ 이므로

$$\mathrm{E}(20X)=20\mathrm{E}(X)=20\times\frac{21}{4}=105$$

87) 정답 ①

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=np$, $\mathrm{V}(X)=np(1-p)$이다.

$\mathrm{E}(3X-4)=3\mathrm{E}(X)-4=32$에서

$$\mathrm{E}(X)=np=12 \qquad \cdots\cdots \text{㉠}$$

$\mathrm{V}(3X-4)=3^2\mathrm{V}(X)=90$에서

$$\mathrm{V}(X)=np(1-p)=10 \qquad \cdots\cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서

$$1-p=\frac{5}{6},\ p=\frac{1}{6}$$

따라서 $n=72$

88) 정답 ③

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(20,\ \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$$\mathrm{V}(X)=20\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{9}$$

$$\mathrm{V}(2X)=4\mathrm{V}(X)=\frac{100}{9}$$

확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$$\mathrm{V}(Y)=n\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{n}{4}$$

$$\mathrm{V}(Y+5)=\frac{n}{4}$$

$\mathrm{V}(Y+5)>\mathrm{V}(2X)$이므로

$\frac{n}{4}>\frac{100}{9}$에서

$$n>\frac{400}{9}=44.4\times\times\times$$

따라서 자연수 n의 최솟값은 45이다.

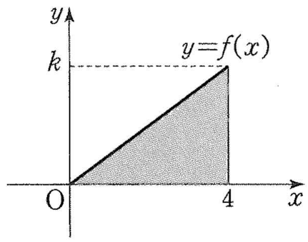
89) 정답 ②

$f(x)=\frac{1}{4}kx\ (0\le x\le 4)$의 그래프에서 색칠한 부분의 넓이가 1이므로 $\frac{1}{2}\times4\times k=1,\ k=\frac{1}{2}$

따라서

$\mathrm{P}(0 \le X \le 4k) = \mathrm{P}\left(0 \le X \le 4 \times \frac{1}{2}\right)$

$= \mathrm{P}(0 \le x \le 2)$



$f(x) = \frac{1}{8}x$ 에서 $f(2) = \frac{1}{4}$ 이므로

$\mathrm{P}(0 \le x \le 2) = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

90) 정답 ④

확률밀도함수 $f(x)$가 $f(2-x) = f(2+x)$를 만족시키므로 함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다.

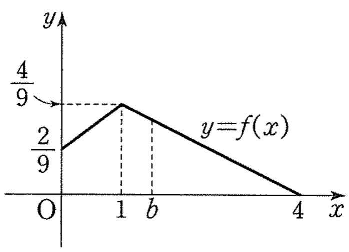
$\mathrm{P}(0 \le X \le 2) = \mathrm{P}(2 \le X \le 4) = \frac{1}{2}$,

$\mathrm{P}(0 \le X \le 1) = \mathrm{P}(3 \le X \le 4) = \frac{1}{6}$ 이므로

$\mathrm{P}(2 \le X \le 3) = \mathrm{P}(2 \le X \le 4) - \mathrm{P}(3 \le X \le 4) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

91) 정답 ⑤

$f(x)$가 확률밀도함수이므로 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이다.



$\frac{1}{2} \times \left(a + \frac{1}{2}a\right) \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times a = 1$

$\frac{9}{4}a = 1$

따라서 $a = \frac{4}{9}$

이때 확률밀도함수 $f(x)$는

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x + \frac{2}{9} & (0 \le x < 1) \\ -\frac{4}{27}x + \frac{16}{27} & (1 \le x \le 4) \end{cases}$$

$\mathrm{P}(X \le b) = \mathrm{P}(X \ge b)$ 에서

$\mathrm{P}(X \le b) + \mathrm{P}(X \ge b) = 1$ 이므로 $\mathrm{P}(X \ge b) = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $\mathrm{P}(X \ge b) = \mathrm{P}(b \le X \le 4) = \frac{1}{2} \times (4-b) \times \left(\frac{16}{27} - \frac{4b}{27}\right) = \frac{1}{2}$

$(4-b)^2=\frac{27}{4}$ 에서 $b=4+\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 또는 $b=4-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$0<b<4$ 이므로 $b=4-\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{8-3\sqrt{3}}{2}$

92) 정답 ①

$y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이므로

$$\frac{1}{2}\times 2a\times b=1,\ ab=1 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

확률밀도함수 $f(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로 $\mathrm{P}(k\le X\le k+2)$ 의 값이 최대가 되려면 두 점 $(k,\ 0)$, $(k+2,\ 0)$ 이 직선 $x=0$ 에 대하여 대칭이 되어야 한다.

즉, 두 점 $(k,\ 0)$, $(k+2,\ 0)$ 을 이은 선분의 중점의 x 좌표가 0이므로 $\frac{k+k+2}{2}=0,\ k=-1$

이때 $0<x\le a$ 에서 $f(x)=-\frac{b}{a}x+b$ 이므로

$\mathrm{P}(-1\le X\le 1)=2\mathrm{P}(0\le X\le 1)=\frac{7}{16}$ 에서

$$2\times\frac{1}{2}\times 1\times\left(b+b-\frac{b}{a}\right)=\frac{7}{16}$$

㉠에서 $a=\frac{1}{b}$ 이므로

$$16b^2-32b+7=0,\ (4b-1)(4b-7)=0$$

따라서 $a=4,\ b=\frac{1}{4}$ 또는 $a=\frac{4}{7},\ b=\frac{7}{4}$

한편, $-a\le k,\ k+2\le a,\ k=-1$ 에서 $a>1$ 이므로

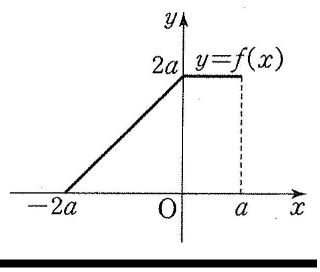
$$a=4,\ b=\frac{1}{4}$$

따라서 $a-b=4-\frac{1}{4}=\frac{15}{4}$

93) 정답 ①

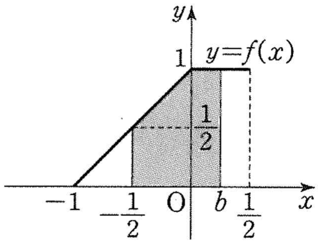
확률밀도함수

$f(x)=\begin{cases} x+2a & (-2a\le x\le 0) \\ 2a & (0<x\le a)\end{cases}$ 의 그래프는 그림과 같다.



함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 직선 $x=a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이므로

$\frac{1}{2}\times 2a\times 2a+a\times 2a=4a^2=1$



$a>0$ 이므로 $a=\frac{1}{2}$

$b>0$ 이므로

$$\mathrm{P}(-a \le X \le b)=\mathrm{P}\left(-\frac{1}{2} \le X \le b\right)$$

$$=\mathrm{P}\left(-\frac{1}{2} \le X \le 0\right)+\mathrm{P}(0 \le X \le b)$$

이때 $\mathrm{P}\left(-\frac{1}{2} \le X \le 0\right)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+1\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$ 이고

$\mathrm{P}(0 \le X \le b)=b$ 이므로 $\mathrm{P}\left(-\frac{1}{2} \le X \le b\right)=\frac{3}{8}+b=\frac{3}{4}$ 에서

$b=\frac{3}{8}$ 따라서 $ab=\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{16}$

94) 정답 ⑤

조건 (가)에서 $\mathrm{P}(X \le 50)=0.5$ 이므로

$$m=50$$

조건 (나)에서 $\mathrm{P}(X \ge 1.1m)=0.1587$ 이므로

$$\mathrm{P}(m \le X \le 1.1m)=0.5-0.1587=0.3413$$

$Z=\frac{X-50}{\sigma}$ 으로 놓으면 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$$\mathrm{P}(m \le X \le 1.1m)=\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{5}{\sigma}\right)=0.3413$$

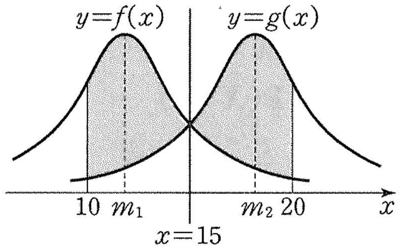
$\frac{5}{\sigma}=1$ 에서 $\sigma=5$

따라서

$$\mathrm{P}(X \le 60)=\mathrm{P}\left(Z \le \frac{60-50}{5}\right)$$
$$=\mathrm{P}(Z \le 2)$$
$$=0.5+\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$$
$$=0.5+0.4772$$
$$=0.9772$$

95) 정답 ③

$10 \le m_1 < m_2 \le 20$ 이고 두 확률변수 X, Y의 표준편차가 같으며 $f(10)=g(20)$ 이므로 그림과 같이 두 확률밀도함수 $y=f(x)$, $g(x)$의 그래프가 직선 $x=15$ 에 대하여 대칭이어야 한다.



$f(12-x)=f(12+x)$ 에서 확률밀도함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 직선 $x=12$ 에 대하여 대칭이므로 $m_1=12$ 이다.

또 $\dfrac{m_1+m_2}{2}=15$ 이므로 $m_2=18$ 이다.

따라서 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(12,\ 5^2)$ 을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(18,\ 5^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z=\dfrac{X-12}{5}$ 와 $Z=\dfrac{Y-18}{5}$ 은 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$ 을 따르므로 두 확률밀도함수

$y=f(x),\ y=g(x)$ 의 그래프와 두 직선 $x=10,\ x=20$ 으로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이는

$2\{\mathrm{P}(10\le X\le 15)-\mathrm{P}(10\le Y\le 15)\}$

$=2\left\{\mathrm{P}\left(\dfrac{10-12}{5}\le Z\le \dfrac{15-12}{5}\right)-\mathrm{P}\left(\dfrac{10-18}{5}\le Z\le \dfrac{15-18}{5}\right)\right\}$

$=2\{\mathrm{P}(-0.4\le Z\le 0.6)-\mathrm{P}(-1.6\le Z\le -0.6)\}$

$=2\{\mathrm{P}(0\le Z\le 0.4)+2\mathrm{P}(0\le Z\le 0.6)-\mathrm{P}(0\le Z\le 1.6)\}$

$=2(0.1554+2\times 0.2257-0.4452)$

$=0.3232$

96) 정답 843

A 도시락의 무게를 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(385,\ 5^2)$ 을 따르고, B 도시락의 무게를 Y라 하면 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(465,\ 4^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z=\dfrac{X-385}{5}$ 와 $Z=\dfrac{Y-465}{4}$ 는 모두 표준정규분포표 $\mathrm{N}(0,\ 1)$ 을 따른다.

(i)

$\mathrm{P}(X\ge a)=\mathrm{P}\left(Z\ge \dfrac{a-385}{5}\right)=0.5+\mathrm{P}\left(0\le Z\le \dfrac{385-a}{5}\right)=0.84$

따라서 $\mathrm{P}\left(0\le Z\le \dfrac{385-a}{5}\right)=0.34$ 이므로

$\dfrac{385-a}{5}=1,\ a=380$

(ii)

$\mathrm{P}(Y\le b)=\mathrm{P}\left(Z\le \dfrac{b-465}{4}\right)=0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le \dfrac{465-b}{4}\right)=0.31$

따라서 $\mathrm{P}\left(0\le Z\le \dfrac{465-b}{4}\right)=0.19$ 이므로

$\dfrac{465-b}{4}=0.5,\ a=463$

(ⅰ), (ⅱ)에서

$$a+b=380+463=843$$

97) 정답 ③

아파트 주민들이 일주일 동안 운동하는 시간을 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(98,\ a^2)$을 따르고

$Z=\dfrac{X-98}{a}$로 놓으면 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(96\le X\le 100)&=\mathrm{P}\left(\frac{96-98}{a}\le Z\le\frac{100-98}{a}\right)\\&=\mathrm{P}\left(-\frac{2}{a}\le Z\le\frac{2}{a}\right)\\&=2\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{2}{a}\right)=0.383\end{aligned}$$

따라서 $\mathrm{P}\left(0\le Z\le\dfrac{2}{a}\right)=0.1915$이고 $\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)=0.1915$이므로

$\dfrac{2}{a}=0.5$에서 $a=4$

98) 정답 ①

지하철을 이용하는 학생의 수를 확률변수 X라 하자.

대중교통을 이용하는 사건을 A, 지하철을 이용하는 사건을 B라 하면 $\mathrm{P}(A)=0.8,\ \mathrm{P}(B|A)=0.75$이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=0.8\times0.75=0.6$

따라서 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}(150,\ 0.6)$을 따르므로

$m=150\times0.6=90,\ \sigma=\sqrt{150\times0.6\times0.4}=6$

이때 $n=150$은 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(90,\ 6^2)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\ge 102)&=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{102-90}{6}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\ge 2)\\&=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=0.5-0.4772\\&=0.0228\end{aligned}$$

99) 정답 ②

과일 1개의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(400,\ 20^2)$을 따르고 $Z=\dfrac{X-400}{20}$으로 놓으면 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서

$$p_1=\mathrm{P}(X\geq 400)=\mathrm{P}\left(Z\geq \frac{440-400}{20}\right)=\mathrm{P}(Z\geq 2)$$

$$=0.5-\mathrm{P}(0\leq Z\leq 2)=0.5-0.48=0.02$$

10000개의 과일 중에서 무게가 440g이상인 과일의 개수를 확률변수 Y라 하면 Y는 이항분포 $\mathrm{B}(10000,\ 0.02)$를 따르므로

$$\mathrm{E}(\mathrm{Y})=10000\times 0.02=200$$

$$\sigma(Y)=\sqrt{10000\times 0.02\times 0.98}=14$$

이때 10000은 충분히 큰 수이므로 확률변수 Y는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(200,\ 14^2)$을 따른다.

따라서

$$p_2=\mathrm{P}(Y\geq n)=\mathrm{P}\left(Z\geq \frac{n-200}{14}\right)$$

$p_1=p_2$이므로 $\mathrm{P}(Z\geq 2)=\mathrm{P}\left(Z\geq \dfrac{n-200}{14}\right)$

$\dfrac{n-200}{14}=2$에서 $n=228$

100) 정답 ①

$\mathrm{E}(X)=\dfrac{3}{10}\times(a-4)+\dfrac{1}{5}\times(a-2)+\dfrac{1}{5}a+\dfrac{3}{10}(a+2)=a-1=4$ 에서 $a=5$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	1

크기가 2인 표본을 임의추출할 때, $\overline{X}=3$인 경우는 1과 5, 3과 3, 5와 1을 추출하는 경우 이므로

$$\mathrm{P}(\overline{X}=3)=\mathrm{P}(\overline{X}=1)\times\mathrm{P}(\overline{X}=5)+\mathrm{P}(\overline{X}=3)\times\mathrm{P}(\overline{X}=3)+\mathrm{P}(\overline{X}=5)\times\mathrm{P}(\overline{X}=1)$$

$$=\frac{3}{10}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{3}{10}$$

$$=\frac{4}{25}$$

101) 정답 ②

$\overline{X}=\frac{3}{2}$ 이 되는 경우를 순서쌍으로 나타내면 $(1,\ 2),\ (2,\ 1)$이므로

$\mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{3}{2}\right)=a\times 2a+2a\times a=4a^2=\frac{4}{25},\ a^2=\frac{1}{25}$

$a>0$이므로 $a=\frac{1}{5}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

이때

$$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{2}{5}+3\times\frac{2}{5}=\frac{11}{5}$$

$$\mathrm{V}(X)=1^2\times\frac{1}{5}+2^2\times\frac{2}{5}+3^3\times\frac{2}{5}-\left(\frac{11}{5}\right)^2=\frac{14}{25}$$

이므로 $\mathrm{V}\left(\overline{X}\right)=\frac{\mathrm{V}(X)}{2}=\frac{7}{25}$

따라서 $\mathrm{V}\left(5\overline{X}\right)=5^2\mathrm{V}\left(\overline{X}\right)=25\times\frac{7}{25}=7$

102) 정답 ②

상자 안에 들어 있는 카드는 총 $1+2+3+4=10$(장)이다.

카드에 적혀 있는 수를 확률변수 X라 하고 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	1

이때

$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{3}{10}+4\times\frac{2}{5}=3$

$\mathrm{V}(X)=1^2\times\frac{1}{10}+2^2\times\frac{1}{5}+3^3\times\frac{3}{10}+4^4\times\frac{2}{5}-3^2=10-9=1$

이므로 $\mathrm{V}\left(\overline{X}\right)=\frac{1}{2}$

따라서 $\sigma\left(\overline{X}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

103) 정답 ④

모집단의 평균과 표준편차가 각각 m, σ이므로 크기가 16인 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\frac{\sigma}{4}\right)^2\right)$을 따른다.

확률변수 Z를

$$Z=\frac{\overline{X}-m}{\frac{\sigma}{4}}=\frac{4\left(\overline{X}-m\right)}{\sigma}$$

으로 놓으면 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$\overline{X}=m-5$일 때, $Z=\frac{4\{(m-5)-m\}}{\sigma}=-\frac{20}{\sigma}$

$\overline{X}=m+5$일 때, $Z=\frac{4\{(m+5)-m\}}{\sigma}=\frac{20}{\sigma}$

$$\mathrm{P}\left(m-5\le\overline{X}\le m+5\right)=\mathrm{P}\left(-\frac{20}{\sigma}\le Z\le\frac{20}{\sigma}\right)$$
$$=2\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{20}{\sigma}\right)=0.9544$$

에서 $\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{20}{\sigma}\right)=0.4722$

따라서 $\frac{20}{\sigma}=2$이므로 $\sigma=10$

104) 정답 ④

모집단이 정규분포 $\mathrm{N}(60,\ 4^2)$을 따르고 표본의 크기가 256이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(60,\ \frac{4^2}{256}\right)$, 즉 $\mathrm{N}\left(60,\ \left(\frac{1}{4}\right)^2\right)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{\overline{X}-60}{\frac{1}{4}}$으로 놓으면 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$\mathrm{P}\left(\overline{X}\le k\right)\le 0.017$에서

$$\mathrm{P}\left(Z\le\frac{k-60}{\frac{1}{4}}\right)\le 0.017$$
$$\mathrm{P}\left(Z\le 4k-240\right)\le 0.017$$
$$0.5-\mathrm{P}\left(4k-240\le Z\le 0\right)\le 0.017$$
$$\mathrm{P}\left(4k-240\le Z\le 0\right)\ge 0.5-0.017$$
$$P(0\le Z\le -4k+240)\ge 0.5-0.017=0.483$$

이때 $\mathrm{P}\left(0\le Z\le 2.12\right)=0.483$이므로

$$-4k+240\ge 2.12$$

$k \le 59.47$

따라서 k의 최댓값은 59.47이다.

105) 정답 ①

바나나 한 묶음에 들어 있는 칼륨의 양의 합 S의 값의 범위가 $1640 \le S \le 1760$이 되려면 바나나 한 묶음에 들어 잇는 칼륨의 양을 표본평균 $\overline{X}$라 할 때, $410 \le \overline{X} \le 440$이 되어야 한다.

모집단이 정규분포 $\mathrm{N}(420,\ 40^2)$을 따르고 표본의 크기가 4이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(420,\ \dfrac{40^2}{4}\right)$, 즉 $\mathrm{N}(420,\ 20^2)$을 따른다.

이때 $Z=\dfrac{\overline{X}-420}{20}$으로 놓으면 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(410 \le S \le 440) &= \mathrm{P}\left(\frac{410-420}{20} \le Z \le \frac{440-420}{20}\right)\\ &= \mathrm{P}(-0.5 \le Z \le 1)\\ &= \mathrm{P}(0 \le Z \le 0.5)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)\\ &= 0.1915+0.3413\\ &= 0.5328\end{aligned}$$

106) 정답 ⑤

크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균의 값을 $\overline{x}$라 하면 모평균 m에 대한 신뢰도95%의 신뢰구간은

$$\overline{x}-1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{25}} \le m \le \overline{x}+1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{25}}$$

이때 $14.06 \le m \le 19.94$이므로

$$\overline{x}=\frac{14.06+19.94}{2}=17$$

$$1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{25}}=\overline{x}-14.06=17-14.06=2.94$$

$$\frac{\sigma}{5}=\frac{2.94}{1.96}=\frac{3}{2}$$

따라서 $\sigma=\dfrac{15}{2}$

107) 정답 ③

이 회사에서 개발한 신형 자동차 중 n대를 임의추출하여 구한 표본평균의 값을 $\overline{x}$라 하면 신뢰도 99%로 추정한 모평균 m에 대한

신뢰구간은

$$\overline{x}-2.58\times\frac{5}{\sqrt{n}}\leq m\leq\overline{x}+2.58\times\frac{5}{\sqrt{n}}$$

$b-a=2\times2.58\times\dfrac{5}{\sqrt{n}}\leq 2$ 에서

$$\sqrt{n}\leq 2.58\times5$$

$$n\geq 166.41$$

따라서 n의 최솟값은 167이다.

108) 정답 ④

100가구 중 이 드라마를 시청하는 가구의 비율을 $\hat{p}$이라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}\left(\hat{p}\geq 0.42\right)$이다.

때 모비율 $p=0.36$이고, 표본의 크기 $n=100$는 충분히 크므로

$$Z=\frac{\hat{p}-0.36}{\sqrt{\dfrac{0.36\times0.64}{100}}}=\frac{\hat{p}-0.36}{0.048}$$

은 근사적으로 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}\left(\hat{p}\geq 0.42\right)&=\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{0.42-0.36}{0.048}\right)\\&=\mathrm{P}\left(Z\geq 1.25\right)\\&=0.5-\mathrm{P}\left(0\leq Z\leq 1.25\right)\\&=0.5-0.3944\\&=0.1056\end{aligned}$$

109) 정답 ④

임의추출한 2500명 중 이 프로그램이 계속 방영되는 것을 찬성한 사람이 900명이므로 표본비율을 $\hat{p}$이라 하면

$$\hat{p}=\frac{900}{2500}=\frac{9}{25},\ 1-\hat{p}=\frac{16}{25}$$

$n=2500$이 충분히 크므로

$\hat{p}-2\times\sqrt{\dfrac{\frac{9}{25}\times\frac{16}{25}}{2500}}\leq p\leq\hat{p}+2\times\sqrt{\dfrac{\frac{9}{25}\times\frac{16}{25}}{2500}}$ 에서

$$c=2\times\sqrt{\frac{\frac{9}{25}\times\frac{16}{25}}{2500}}=2\times\frac{\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}}{50}=0.0192$$

110) 정답 ④

주사위를 던져서 나오는 눈의 수 1, 2, 3, 4, 5, 6을 3으로 나눈 몫은 차례로 0, 0, 1, 1, 1, 2이다.

주사위를 4회 던져 점 P가 삼각형 ABC 위를 한 바퀴 이상 이동하려면 몫의 합이 3 이상이어야 한다.

따라서 꼭짓점 A를 출발하여 주사위를 4회 던질 때, 점 P가 삼각형 ABC 위를 한 바퀴도 이동하지 못하는 경우는 몫이 (0, 0, 0, 0) 또는 (0, 0, 0, 1) 또는 (0, 0, 1, 1) 또는 (0, 0, 0, 2)인 경우이다.

주사위를 1회 던질 때, 몫이 0일 확률은 $\frac{1}{3}$, 1일 확률은 $\frac{1}{2}$, 2일 확률은 $\frac{1}{6}$이므로

(0, 0, 0, 0)일 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{81}$

(0, 0, 0, 1)일 확률은 ${}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{2}{27}$

(0, 0, 1, 1)일 확률은 ${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{6}$

(0, 0, 0, 2)일 확률은 ${}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)^1=\frac{2}{81}$

따라서 주사위를 4회 던질 때, 점 P가 삼각형 ABC 위를 한 바퀴도 이동하지 못할 확률은

$$\frac{1}{81}+\frac{2}{27}+\frac{1}{6}+\frac{2}{81}=\frac{5}{18}$$

이므로 구하는 확률은

$$1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$$

111) 정답 60

이 지역 성인 중에서 임의로 선택한 한 사람이 남자인 사건을 M, 여자인 사건을 F, 색맹인 사건을 A라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(M|A)$이다.

성인 남자의 수가 성인 여자의 수의 2배이므로 성인 여자의 수를 a라 하면 성인 남자의 수는 $2a$이다.

이때 $\mathrm{P}(M)=\frac{2a}{3a}=\frac{2}{3}$, $\mathrm{P}(F)=\frac{a}{3a}=\frac{1}{3}$ 이므로

$$\mathrm{P}(M|A)=\frac{\mathrm{P}(M\cap A)}{\mathrm{P}(M\cap A)+\mathrm{P}(F\cap A)}$$

$$=\frac{\frac{5}{100}\times\frac{2}{3}}{\frac{5}{100}\times\frac{2}{3}+\frac{35}{1000}\times\frac{1}{3}}=\frac{20}{27}$$

따라서 $p=\frac{20}{27}$ 이므로

$$81p=81\times\frac{20}{27}=60$$

112) 정답 ③

12개의 점 중에서 서로 다른 세 점을 택하여 만들 수 있는 모든 삼각형의 개수는

$${}_{12}\mathrm{C}_3=\frac{12\times11\times10}{3\times2\times1}=220$$

두 점을 이어 만들 수 있는 지름의 개수가 6이고, 지름의 양 끝점을 제외한 점의 개수가 10이므로 서로 다른 세 점을 택하여 만들 수 있는 직각삼각형의 개수는

$$6\times10=60$$

서로 다른 세 점을 택하여 만들 수 있는 둔각삼각형의 개수는

$$12\times{}_5\mathrm{C}_2=12\times\frac{5\times4}{2\times1}=120$$

따라서 구하는 예각삼각형의 개수는

$$220-60-120=40$$

113) 정답 144

서로 다른 채소 4종류를 원형으로 배열하는 경우의 수는

$$(4-1)!=3!$$

서로 다른 고기 3종류를 채소 사이사이에 배열하는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{P}_3$이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$3!\times{}_4\mathrm{P}_3=3\times2\times1\times4\times3\times2=144$$

114) 정답 17

두 상자 A, B를 택하는 사건을 각각 A, B라 하고, 상자를 2번 던져서 바닥에 닿는 면에 적혀 있는 숫자가 모두 3인 사건을 C라 하자.

$$\mathrm{P}(C\cap A)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C|A)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$$

$$\mathrm{P}(C\cap B)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C|B)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{18}$$

$$\mathrm{P}(C)=\mathrm{P}(C\cap A)+\mathrm{P}(C\cap B)=\frac{1}{8}+\frac{1}{18}=\frac{9+4}{72}=\frac{13}{72}$$

그러므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|C)=\frac{\mathrm{P}(C\cap B)}{\mathrm{P}(C)}=\frac{\frac{1}{18}}{\frac{13}{72}}=\frac{4}{13}$$

따라서 $p=13,\ q=4$이므로

$$p+q=13+4=17$$

115) 정답 ⑤

조건 (가)에서 집합 X의 원소 중 홀수의 개수는 홀수이다.

조건 (나)에서 집합 X의 원소 중 짝수만 생각하여

㉠ 4의 배수가 있는 경우 4의 배수는 1개 이상

㉡ 4의 배수가 없는 경우 4의 배수가 아닌 짝수가 2개 이상이다.

(ⅰ) 홀수 1, 3, 5, ⋯ , 19의 10개 중에서 홀수 개인 1개, 3개, ⋯ , 9개를 택하는 경우의 수는 각각 ${}_{10}\mathrm{C}_1$, ${}_{10}\mathrm{C}_3$, ⋯ , ${}_{10}\mathrm{C}_9$이므로 홀수를 홀수 개 택하는 경우의 수는

$${}_{10}\mathrm{C}_1+{}_{10}\mathrm{C}_3+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_9=2^9$$

(ⅱ) 짝수 2, 4, 6, ⋯ , 20의 10개 중에서 4의 배수는 5개, 4의 배수가 아닌 짝수는 5개이다.

㉠ 4의 배수를 1개 이상 택하는 경우의 수는 $2^{10}-2^5$

㉡ 4의 배수가 아닌 짝수 5개 중 2개 이상을 택하는 경우의 수는 $2^5-({}_5\mathrm{C}_0+{}_5\mathrm{C}_1)=2^5-6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 집합 X의 개수는

$2^9(2^{10}-2^5+2^5-6)=2^9(2^{10}-6)=2^{10}(2^9-3)=2^{10}\times 509$

따라서 $n=509$

116) 정답 121

$b=5-a$이므로

$ab=a(5-a)=6$에서

$$a^2-5a+6=0$$

$$(a-2)(a-3)=0$$

그러므로 $a=2$ 또는 $a=3$

(ⅰ) $a=2$일 때, $b=3$이므로 확률은

$$_5C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{80}{3^5}$$

(ⅱ) $a=3$일 때, $b=2$이므로 확률은

$$_5C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{40}{3^5}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$$\frac{120}{3^5}=\frac{40}{81}$$

따라서 $p=81$, $q=40$이므로

$$p+q=121$$

117) 정답 ①

세 자연수 x, y, z는 모두 w의 배수이고 w는 2이상의 자연수이므로 w의 값에 따라 다음과 같이 세 가지로 나누어 생각할 수 있다.

(ⅰ) $w=2$일 때, $x+y+z=48$

자연수 x, y, z는 모두 w의 배수이므로

$x=2k$, $y=2l$, $z=2m$(k, l, m은 자연수)로 놓으면

$$2k+2l+2m=48$$

$$k+l+m=24$$

$k=k'+1$, $l=l'+1$, $m=m'+1$로 놓으면

$k'+l'+m'=21$(단, k', l', m'은 음이 아닌 정수)

이 방정식을 만족시키는 음이 아닌 세 정수 k', l', m'이 순서쌍(k', l', m') 의 개수는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 21개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$$_3H_{21}={}_{23}C_{21}={}_{23}C_2=\frac{23\times22}{2}=23\times11=253$$

(ⅱ) $w=5$일 때, $x+y+z=45$

자연수 x, y, z는 모두 w의 배수이므로

$x=5k$, $y=5l$, $z=5m$(k, l, m은 자연수)로 놓으면

$$5k+5l+5m=45$$

$$k+l+m=9$$

$k=k'+1$, $l=l'+1$, $m=m'+1$로 놓으면

$k'+l'+m'=6$(단, k', l', m'은 음이 아닌 정수)

이 방정식을 만족시키는 음이 아닌 세 정수 k', l', m'의 순서쌍 (k', l', m')의 개수는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$$_3H_6={}_8C_6={}_8C_2=\frac{8\times7}{2}=4\times7=28$$

(ⅲ) $w=10$일 때, $x+y+z=40$

자연수 x, y, z는 모두 w의 배수이므로

$x=10k$, $y=10l$, $z=10m$(k, l, m은 자연수)로 놓으면

$10k+10l+10m=40$

$k+l+m=4$

$k=k'+1$, $l=l'+1$, $m=m'+1$로 놓으면

$k'+l'+m'=1$(단, k', l', m'은 음이 아닌 정수)

이 방정식을 만족시키는 음이 아닌 세 정수 k', l', m'의 순서쌍 (k', l', m')의 개수는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 1개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3\mathrm{H}_1={}_3\mathrm{C}_1=3$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는

$253+28+3=284$

118) 정답 ②

1, 2, 8, 16, 24, 32를 2개씩 세 조로 나누어 두 수의 합이 작은 것부터 순서대로 1줄, 2줄, 3줄에 대입하면 된다.

이때 1, 2, 8, 16, 24, 32를 2개씩 세 조로 나누는 경우의 수는

$${}_6\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_2\times\frac{1}{3!}=15\times6\times1\times\frac{1}{6}=15$$

이 중에서 8과 32, 16과 24는 두 수의 합이 40으로 서로 같으므로 제외한다.

또한 각 조의 두 수는 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 경우의 수는

$(15-1)\times2\times2\times2=112$

다른 풀이

각 줄의 경우의 수를 (3줄)×(2줄)×(1줄)로 나타내어 보자

(ⅰ) a_3과 b_3 중 한 자리에 32를 대입하고 다른 자리에 24와 16중 하나를 대입하는 경우

24와 16중에서 남은 수를 a_2와 b_2 중 한자리에 대입하고 다른 자리에 나머지 세 수 중 하나를 대입힌다.

또한 a_1과 b_1에 남은 두 수를 대입하므로 모든 경우의 수는

$(2\times2)\times(2\times3)\times2=48$

(ⅱ) a_3과 b_3 중 한 자리에 32를 대입하고 다른 자리에 8, 2, 1 중 하나를 대입하는 경우

a_2와 b_2 중 한자리에 24를 대입하고 다른 자리에 8, 2, 1에서 남은 두 수 중 하나를 대입한다. 또한 a_1과 b_1에 16과 나머지 하나를 대입하므로 모든 경우의 수는

$(2\times3)\times(2\times2)\times2=48$

(ⅲ) a_3과 b_3에 24와 16을 대입하는 경우

a_3와 b_2중 한 자리에 32를 대입하고 다른 자리에 2, 1중 하나를 대입한다. 또한 a_1과 b_1에 8과 나머지를 하나를 대입하므로 모든 경우의 수는

$2\times(2\times2)\times2=16$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 경우의 수는

$$48+48+16=112$$

119) 정답 ⑤

(ⅰ) 주스 4병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는

$${}_{3+4-1}C_4={}_6C_4={}_6C_2=\frac{6\times5}{2}=15$$

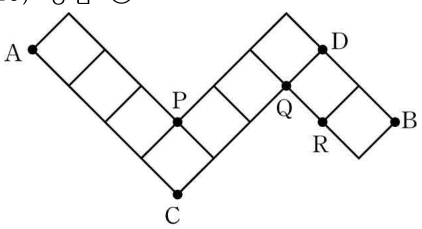
(ⅱ) 생수 2병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는

$${}_{2+3-1}C_2={}_4C_2=\frac{4\times3}{2}=6$$

(ⅲ) 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는 3이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $15\times6\times3=270$

120) 정답 ②



위의 그림과 같이 P지점과 Q지점을 잡자.

C지점과 D지점을 모두 지나지 않으면

P지점과 Q지점은 반드시 지난다.

따라서 구하는 경우는 A → P → Q → R → B를 지날 때이므로

경우의 수는 $\frac{4!}{3!}\times\frac{3!}{2!}\times1\times2=4\times3\times1\times2=24$

121) 정답 ①
양 끝에 흰색이 놓이면, 가운데 5개는 흰색 깃발 3개, 파란색 깃발 5개를 일렬로 나열하는 방법의 수가 된다.
$\therefore \dfrac{8!}{3!5!}=56$

122)[정답] ①
[해설]
B의 개수에 따라 분류하면
i) 2개 쓰일 때
$A,\ B,\ B,\ C,\ C$를 설치 $\rightarrow \dfrac{5\,!}{2\,!\,2\,!}=30$
ⅱ) B가 3개 쓰일 때
$A,\ B,\ B,\ B,\ C$를 설치 $\rightarrow \dfrac{5\,!}{3\,!}=20$
ⅲ) B가 4개 쓰일 때
$A,\ B,\ B,\ B,\ B$를 설치 $\rightarrow \dfrac{5\,!}{4\,!}=5$
ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서
$30+20+5=55$가지

123)[정답] 20
[해설]
${}_6C_3\times{}_3C_3\times\dfrac{1}{2!}\times 2!=20$

124)[정답] ③
[해설]
i) 3이 하나도 없는 경우
$1, 2$ 의 합으로 7을 만들려면, 2의 개수는 $0, 1, 2, 3$ 네 가지이다.
$\therefore$ 4가지
ii) 3이 1개가 있는 경우
$1, 2$의 합으로 4를 만들려면, 2개의 개수는 $0, 1, 2$ 세 가지이다.
$\therefore$ 3가지
iii) 3 이 2개가 있는 경우
$1, 2$의 합으로 1을 만들려면, 가능한 방법은 1가지 뿐이다.
$\therefore$ 1가지

$i), ii), iii)$ 에서 분할의 수는 $4+3+1=8$ (가지)

125) 정답 ③
오늘 처리할 업무를 택하는 방법은 A, B를 제외한

4가지 업무 중 2가지를 택하는 조합이므로

${}_4C_2=6$(가지)

택한 4가지 업무 중 A, B는 순서가 정해져 있으므로

이를 같은 업무로 생각하면 이 4가지 업무의 처리 순서

를 정하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$(가지)

따라서, 구하는 경우의 수는 $6\times12=72$(가지)

126) 정답 ④
A인형의 셔츠의 모양을 정하는 경우의 수는 3가지

B인형의 셔츠의 모양은 A인형의 셔츠의 모양과 다르므로 B인형의 셔츠의 모양을 정하는 경우의 수는 2가지

마찬가지로 A인형과 B인형의 바지의 모양을 정하는 경우의 수는 각각 3가지와 2가지

한편, A인형의 셔츠와 바지의 색이 서로 다르므로 셔츠와 바지의 색은 (빨강, 초록), (초록, 빨강)의 2가지

마찬가지로 B인형의 셔츠와 바지의 색을 정하는 경우의 수는 2가지

따라서, A인형에게 셔츠와 바지를 입히고 색을 정하는 경우의 수는 $(3\times3)\times2=18$(가지)

B인형에게 셔츠와 바지를 입히고 색을 정하는 경우의 수는 $(2\times2)\times2=8$(가지)

따라서, 구하는 경우의 수는 $18\times8=144$(가지)

127) 정답 ⑤
A, B, C 3명의 아이에게 사탕 5개를 1개 이상씩 나누어 주는 경우를 먼저 생각하면

	A	B	C
(i)	1	1	3

(ⅱ)	1	3	1
(ⅲ)	3	1	1
(ⅳ)	1	2	2
(ⅴ)	2	1	2
(ⅵ)	2	2	1

(ⅰ)~(ⅲ)의 경우 1개의 사탕을 받은 아이에게만 초콜릿 5개를 1개 이상 씩 나누어 주는 경우는
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지이므로
경우의 수는 $3\times4=12$
(ⅳ)~(ⅵ)의 경우는 1개의 사탕을 받은 아이가 1명이므로 그 아이가 초콜릿 5개를 모두 가진다.
따라서, 구하는 경우의 수는 $12+3=15$

128) 답 ⑤
다섯 번의 프로그램에 참여하여 시간 합계가 8시간이 되도록 하는 방법은 다음과 같다.

$8=1+1+1+1+4=1+1+1+2+3$

$=1+1+2+2+2$

(1) $8=1+1+1+1+4$의 경우
작성할 수 있는 봉사활동 계획서의 가짓수는

A, A, A, A, D를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{5!}{4!}=5$(가지)

(2) $8=1+1+1+2+3$의 경우
작성할 수 있는 봉사활동 계획서의 가짓수는

A, A, A, B, C를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{5!}{3!}=20$(가지)

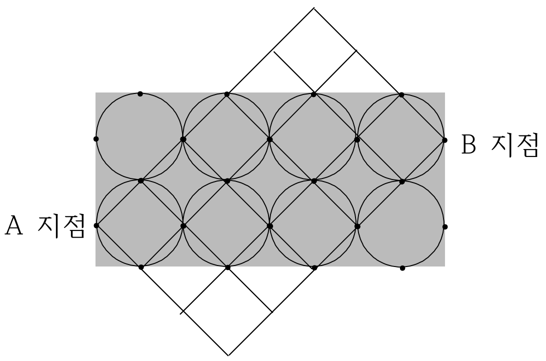
(3) $8=1+1+2+2+2$의 경우
작성할 수 있는 봉사활동 계획서의 가짓수는

A, A, B, B, B를 나열하는 방법의 수와 같으므로

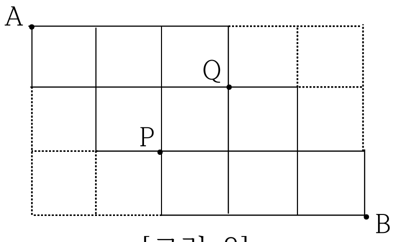
$\frac{5!}{2!\,3!}=10$(가지)

따라서 구하는 가짓수는 $5+20+10=35$(가지)

129) 답 40



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]에서 A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수는 [그림 2]에서 A 지점에서 출발하여 실선을 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수와 같다.

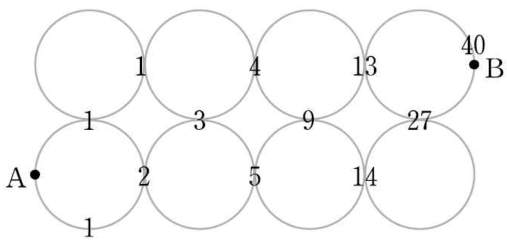
(1) A → P → B의 경우

$\left(\frac{4!}{2!\,2!}-1\right)\times\frac{4!}{3!}=5\times4=20$ (가지)

(2) A → Q → B의 경우

$\frac{4!}{3!}\times\left(\frac{4!}{2!\,2!}-1\right)=4\times5=20$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $20+20=40$ (가지)



130) 답 ②

A, B, C, D, E, F를 모두 사용하여 만든 6자리의 문자열의 집합을 U라 하면 $n(U)=6!$이다.

한편, U의 원소 중에서

A의 바로 다음 자리에 B가 오는 문자열의 집합을 X,

B 바로 다음 자리에 C가 오는 문자열의 집합을 Y,

C 바로 다음 자리에 A가 오는 문자열의 집합을 Z라

하면 주어진 조건을 모두 만족시키는 문자열의 집합은

$X^C \cap Y^C \cap Z^C$이다.

따라서 포함배제의 원리에 의해

$n(X^C \cap Y^C \cap Z^C)$

$= n(U) - n(X) - n(Y) - n(Z)$

$\quad + n(X \cap Y) + n(Y \cap Z) + n(Z \cap X) - n(X \cap Y \cap Z)$

$= 6! - 3 \times 5! + 3 \times 4! - 0$

$= 4!(6 \times 5 - 3 \times 5 + 3) = 24 \times 18 = 432$

131) 답 ④

A에서 B_n까지 가는 경우의 수를 a_n이라 하면

A에서 B_{n+1}까지 가는 경우의 수는 B_n을 거쳐가는 경우 a_n(가지)와 B_n을 거쳐가지 않는 경우 3가지가 있다.

$\therefore a_{n+1} = a_n + 3,\ a_1 = 4$

$\therefore a_n = 3n + 1$

$a_3 + a_7 = 10 + 22 = 32$

132) 답 ④

1부	2부
독 → 중 → 합	독 → 중 → 합 → 합

$2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 2! = 12 \times 2 = 24$

133) 답 60

A가 2 종류를 선택하므로 ${}_5\mathrm{C}_2$(가지)

B는 A가 선택한 것 중 하나와 A가 선택하지 않은 나머지 셋 중 하나를 선택하므로 2×3(가지)

$\therefore {}_5C_2\times2\times3=60$(가지)

[다른 풀이]
공통인 것 하나를 먼저 택하고 나머지 넷 중 서로 다른 것을 하나씩 택한다.

$\therefore {}_5C_1\times4\times3=5\times12=60$(가지)

134) 답 ②
$9=7+1+1=5+3+1=3+3+3=5+1+1+1+1$

$=3+3+1+1+1=3+1+1+1+1+1+1$

$=1+1+1+1+1+1+1+1+1$

135) 답 ②
5개의 공을 상자 A, B, C에 넣는 전체 방법의 수는

$3^5=243$

합이 13 이상이 되는 경우는

$\{(1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)\}$, $\{(1),\ (2,\ 3,\ 4,\ 5)\}$, $\{(2),\ (1,\ 3,\ 4,\ 5)\}$

$\therefore\ 243-(3+3\times2+3\times2)=228$

136) 답 72
어른 2명이 앉는 방법 : $2\times3\times2!=12$가지

어린이 3명이 앉는 방법 : $3!=6$가지

$\therefore\ 12\times6=72$가지

137) 답 ④
9의 5 분할을 모두 나열하면 다음과 같다.

$9=5+1+1+1+1=4+2+1+1+1$

$=3+3+1+1+1=3+2+2+1+1$

$=2+2+2+2+1$

따라서, 구하는 방법의 수 $p(9,\ 5)=5$이다.

138) 답 ④

주어진 조건을 만족하려면 3개의 가로 행에는 각각 적어도 하나의 검은 색 유리상자가 들어가야 하고, 4개의 세로 열에도 각각 적어도 하나의 검은 상자가 들어가야 한다.

따라서 3개의 가로 행 중에서 2개의 검은 색 유리상자가 포함될 1개의 행을 택하는 방법의 수는 3가지이고, 이 행의 4개의 유리 상자 중에서 검은 색 유리상자로 바뀔 2개의 상자를 택하는 경우는 수는 ${}_4C_2=6$(가지)이다.

이제 위의 $3\times6=18$가지 경우의 수 중의 하나가 아래의 그림과 같다고 하자.

	a		c
	b		d

이제 $a,\ b$ 중에서 한 행을 택하고 $c,\ d$ 중에서 나머지 한 행을 택하는 방법의 수는 $2\times1=2$(가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $18\times2=36$

139) 답 ⑤

1부터 30까지의 홀수 중에서 3으로 나눈 나머지가

r ($r=0,\ 1,\ 2$)인 집합을 A_r라 하면

$A_0=\{3,\ 9,\ 15,\ 21,\ 27\}$,

$A_1=\{1,\ 7,\ 13,\ 19,\ 25\}$,

$A_2=\{5,\ 11,\ 17,\ 23,\ 29\}$

이 때, 두 수의 합이 3이 되는 경우는 다음과 같다.

i) (A_1의 원소)+(A_2의 원소)인 경우

${}_5C_1\times{}_5C_1=5\times5=25$(가지)

ii) (A_0의 원소)+(A_0의 원소)인 경우

$_{5}C_{2}=\frac{5\times4}{2}=10$(가지)

이상에서 구하는 경우의 수는 $25+10=35$(가지)

140) 답 80

네 사람을 세 명과 한 명의 두 조로 나누고 다섯 곳이 휴양지에서 두 곳을 선택하여 배치하는 방법의 수이므로

$_{4}\mathrm{C}_{3}\times{}_{1}\mathrm{C}_{1}\times{}_{5}\mathrm{P}_{2}=80$ (가지)

141) 답 185

i) 초콜릿사탕 4개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩

택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을

허락하여 나머지 5개의 사탕을 추가로 택하면 된다.

이 때, 이 경우의 수는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 5개를 뽑는 중복조합의 수와 같으므로

$_{3+5-1}C_{5}={}_{7}C_{2}=21$

ii) 초콜릿사탕 3개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩 택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을 허락하여 나머지 6개의 사탕을 추가로 택하면 되므로 이 경우의 수는

$_{3+6-1}C_{6}={}_{8}C_{2}=28$

iii) 초콜릿사탕 2개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩 택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을 허락하여 나머지 7개의 사탕을 추가로 택하면 되므로 이 경우의 수는 $_{3+7-1}C_{7}={}_{9}C_{2}=36$

iv) 초콜릿사탕 1개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩 택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을 허락하여 나머지 8개의 사탕을 추가로 택하면 되므로 이 경우의 수는 $_{3+8-1}C_{8}={}_{10}C_{2}=45$

v) 초콜릿사탕 0개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩 택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을 허락하여 나머지 9개의 사탕을 추가로 택하면 되므로 이 경우의 수는 $_{3+9-1}C_{9}={}_{11}C_{2}=55$

따라서 구하는 경우의 수는 $21+28+36+45+55=185$

142) 답 ②
[조합]

a를 먼저 배열하고 다음에 b를 배열한다.

(i) 맨 앞에는 b, 맨 뒤에는 a가 오는 경우
$(ba\square a\square a\square a\square a\square a\square a\square a)$

7개의 a를 배열하는 경우 1가지

3개의 b를 배열하는 경우 ${}_7\mathrm{C}_3=35$

따라서 35가지

(ii) 맨 앞에는 a가 오는 경우
$(a\square a\square a\square a\square a\square a\square a\square a\square)$

8개의 a를 배열하는 경우 1가지

4개의 b를 배열하는 경우 ${}_8\mathrm{C}_4=70$

이상에서 모든 경우의 수는 $35+70=105$

143) 답 90
[순열]

300000보다 큰 자연수는 다음과 같이 구분하여 생각할 수 있다.

(i) 십만자리의 수가 4인 경우의 수는 1, 2, 2, 5, 5를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 $\dfrac{5!}{2!2!}=30$(개)

(ii) 십만자리의 수가 5인 경우의 수는 1, 2, 2, 4, 5를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 $\dfrac{5!}{2!}=60$(개)

따라서, (i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $30+60=90$(개)

144) 답 ①
[중복순열]

6개의 원소는 집합 A, B, $(A\cup B)^c$의 셋 중에 하나에 속해야 하므로 경우의 수는 $3^6=729$(가지)

145) 정답 ⑤

① 1, 2, 3을 중복 사용하여 만든 네 자리의 자연수 : ${}_3\Pi_4$

② 1, 3을 중복 사용하여 만든 네 자리의 자연수 : ${}_2\Pi_4$

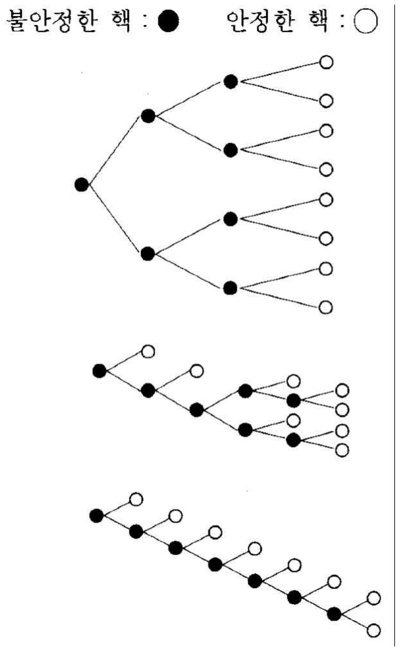
③ 2, 3을 중복 사용하여 만든 네 자리의 자연수 : ${}_2\Pi_4$

따라서, 1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는

${}_3\Pi_4 - ({}_2\Pi_4 + {}_2\Pi_4) + 1 = 50$

(단, 더해진 1은 3333이 두 번 빠지므로 한 번은 더해준다.)

146) 정답 ②



위의 경우와 같이 8개의 안정한 핵이 남기 위해서는 불안정한 핵이 7번의 분열을 해야 하므로 핵분열과정에서 생성되는 총 에너지는

$7 \times 100\text{MeV} = 700\text{MeV}$

147) 정답 36

[전략] 1부 공연석을 지정하고 2부 공연 때 같은 열에 앉는 경우를 나눈다.

[풀이]

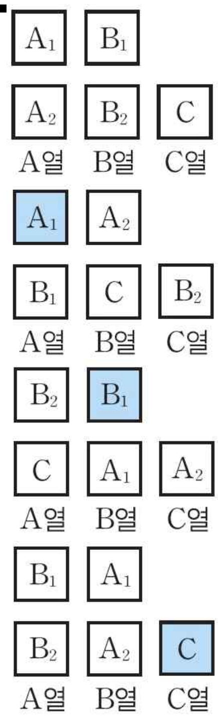
오른쪽 그림과 같이 1부 공연에 다섯 명의 학생이 앉은 좌석을 각각 A_1, A_2, B_1, B_2, C라 하자.

(i) 1부 공연 때 A 열에 앉은 학생 중에서 한 명이 2부 공연에서도 A 열에 앉는 경우
A_1에 앉았던 학생이 A 열에 앉으면 나머지 학생들은 오른쪽 그림과 같이 앉을 수 있다. 이때 A_1과 A_2, B_1는 자리를 바꿀 수 있고, 같은 열에 앉은 학생들끼리도 자리를 바꿀 수 있으므로 가능한 방법의 수는
$2!\cdot2!\cdot2!\cdot2!=16$

(ii) 1부 공연 때 B 열에 앉은 학생 중에서 한 명이 2부 공연에서도 B 열에 앉는 경우
B_1에 앉았던 학생이 B 열에 앉으면 나머지 학생들은 오른쪽 그림과 같이 앉을 수 있다.
따라서 가능한 방법의 수는 (i)과 같이
$2!\cdot2!\cdot2!\cdot2!=16$

(iii) 1부 공연 때 C 열에 앉은 학생 한 명이 2부 공연에서도 C 열에 앉는 경우
C에 앉았던 학생이 C열에 앉으면 나머지 학생들은 오른쪽 그림과 같이 앉을 수 있다.
이때 A_1과 A_2, B_1과 B_2는 자리를 바꿀 수 있으므로 가능한 방법의 수는
$2!\cdot2!=4$

이상에서 구하는 방법의 수는
$16+16+4=36$



148) **정답** ⑤
[전략] 4의 배수 중 3의 배수를 찾는다.
[풀이]
12의 배수이려면 3의 배수이면서 동시에 4의 배수이어야 한다.
4의 배수이려면 오른쪽 끝의 두 자리의 수가 4의 배수이어야 하므로 다음의 6가지 경우가 있고, 그 각각의 경우에서 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수가 되는 경우는 아래와 같다.

(i) ○○04꼴인 경우
앞의 두 자리에 2, 3을 나열하면 되므로 $2!=2$

(ii) ○○12꼴인 경우
앞의 두 자리에 0, 3을 나열하면 되므로 1

(iii) ○○20꼴인 경우
앞의 두 자리에 1, 3 또는 3, 4를 나열하면 되므로
$2!+2!=4$

(iv) ○○24꼴인 경우
앞의 두 자리에 0, 3을 나열하면 되므로 1

(v) ○○32꼴인 경우
앞의 두 자리에 0, 1 또는 0, 4를 나열하면 되므로
$1+1=2$

(vi) ○○40꼴인 경우
앞의 두 자리에 2, 3을 나열하면 되므로 $2!=2$

이상에서 구하는 경우의 수는 $2+1+4+1+2+2=12$

149) **정답** 18

[전략] 정사각형 탁자에 둘러 앉는 방법의 수를 구한다.

[풀이]

가운데 정사각형을 칠하는 방법의 수는 9이고, 나머지 8개의 정사각형을 칠하는 방법의 수는

$(8-1)!=7!$

이때 8개의 정사각형을 칠하는 한 가지 방법에 대하여 주어진 도형에서는 다음 그림과 같이 서로 다른 경우가 2가지씩 존재한다.

②	③	④
⑨	①	⑤
⑧	⑦	⑥

⑨	②	③
⑧	①	④
⑦	⑥	⑤

따라서 구하는 방법의 수는 $9\cdot 7!\cdot 2=18\cdot 7!$

$\therefore\ k=18$

150) **정답** 136

[전략] $f(3)$의 값을 기준으로 경우를 나누어 생각한다.

[풀이]

(i) $f(3)=1$인 경우

$f(4),\ f(5),\ f(6)$의 값이 존재하지 않으므로 f는 함수가 아니다.

(ii) $f(3)=3$인 경우

$f(1)$과 $f(2)$가 될 수 있는 수는

4 또는 5 또는 6

$f(4),\ f(5),\ f(6)$의 값이 될 수 있는 수는

1 또는 2

따라서 f의 개수는

${}_3\Pi_2\cdot{}_2\Pi_3=3^2\cdot 2^3=72$

(iii) $f(3)=3$인 경우

$f(1)$과 $f(2)$가 될 수 있는 수는 6

$f(4),\ f(5),\ f(6)$의 값이 될 수 있는 수는

1 또는 2 또는 3 또는 4

따라서 f의 개수는

$1\cdot{}_4\Pi_3=1\cdot 4^3=64$

이상에서 구하는 함수의 개수는

$72+64=136$

151) **정답** ②

[전략] 1을 4개, 3개, 2개, 1개, 0개 이용하는 경우로 나누어 생각한다.

(i) 1, 1, 1, 1로 만들 수 있는 비밀번호는

1111의 1개

(ii) 1, 1, 1, 2 또는 1, 1, 1, 3으로 만들 수 있는 비밀번호는

$\frac{4!}{3!} \cdot 2 = 8$(개)

(iii) 1, 1, 2, 2로 만들 수 있는 비밀번호는

1212, 2121, 2112의 3개

1, 1, 3, 3으로 만들 수 있는 비밀번호는

1313, 3131, 3113의 3개

1, 1, 2, 3으로 만들 수 있는 비밀번호는

$\frac{4!}{2!} = 12$(개)

(iv) 1, 2, 2, 3 또는 1, 2, 3, 3으로 만들 수 있는 비밀번호의 개수는 모든 방법의 수에서 2 또는 3이 연속하는 방법의 수를 빼야 하므로

$\left(\frac{4!}{2!} - 3!\right) \cdot 2 = 12$(개)

(v) 2, 2, 3, 3으로 만들 수 있는 비밀번호는

2323, 3232의 2개

이상에서 구하는 비밀번호의 개수는

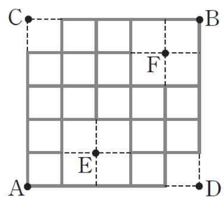
$1+8+3+3+12+12+2=41$

152) **정답** ④

[전략] 전체 방법의 수에서 지나갈 수 없는 길을 거쳐 최단 거리로 가는 방법의 수는 뺀다.

[풀이]

오른쪽 그림과 같이 지나갈 수 없는 길을 점선으로 연결하고 네 지점 C, D, E, F를 잡으면 구하는 방법의 수는 A에서 B까지 최단 거리로 가는 방법의 수에서 C 또는 D 또는 E 또는 F를 거쳐 최단 거리로 가는 방법의 수를 뺀 것과 같다.



A에서 B까지 최단 거리로 가는 방법의 수는

$\frac{10!}{5! \cdot 5!} = 252$

(i) A → C → B의 경우의 수는

$1 \cdot 1 = 1$

(ii) A → D → B의 경우의 수는

$1 \cdot 1 = 1$

(iii) A → E → B의 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 3 \cdot 35 = 105$$

(ⅳ) A $\rightarrow$ F $\rightarrow$ B의 경우의 수는

$$\frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot 2! = 70 \cdot 2 = 140$$

(ⅴ) A $\rightarrow$ E $\rightarrow$ F $\rightarrow$ B의 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot 2! = 3 \cdot 10 \cdot 2 = 60$$

이상에서 구하는 방법의 수는

$$252 - (1 + 1 + 105 + 140 - 60) = 65$$

153) **정답** 25

[전략] 넓이가 2이기 위한 윗변과 아랫변의 길이를 구한다.

[풀이]

두 평행선에서 각각 두 점을 택할 때 사각형이 되고, 이 사각형은 사다리꼴이다.

사다리꼴의 윗변과 아랫변의 길이를 각각 a, b라 할 때, 사다리꼴의 넓이가 2이려면

$$\frac{1}{2}(a+b) \cdot 1 = 2 \qquad \therefore\ a+b=4$$

(ⅰ) $a=1$, $b=3$일 때,

$a=1$인 경우는 4가지, $b=3$인 경우는 2가지이므로

$$4 \cdot 2 = 8$$

(ⅱ) $a=2$, $b=2$일 때,

$a=2$인 경우는 3가지, $b=2$인 경우는 3가지이므로

$$3 \cdot 3 = 9$$

(ⅲ) $a=3$, $b=1$일 때,

$a=3$인 경우는 2가지, $b=1$인 경우는 4가지이므로

$$2 \cdot 4 = 8$$

이상에서 구하는 사각형의 개수는

$$8 + 9 + 8 = 25$$

154) **정답** 194

[전략] 같은 숫자가 없을 때, 한 쌍 있을 때, 두 쌍 있을 때로 나누어 각각의 방법의 수를 구한다.

[풀이]

(ⅰ) 같은 숫자가 없는 경우

$${}_5P_4 = 120$$

(ⅱ) 같은 숫자가 한 쌍 있는 경우

$\vee \square \vee \square$, $\square \vee \square \vee$, $\vee \square \square \vee$의 3가지

$\square$의 자리에 서로 다른 두 수를 넣고 $\vee$의 자리에 서로 같은 수를 각각 넣으면 되므로

$3 \cdot 2 \cdot {}_4P_2 = 72$

(ⅲ) 같은 숫자가 두 쌍 있는 경우

4545, 5454의 2가지

이상에서 구하는 방법의 수는

$120 + 72 + 2 = 194$

155) **정답** 432

[전략] 각 우리를 이웃하는 우리의 개수에 따라 분류한다.

[풀이]

(ⅰ) 호랑이를 〈1〉 또는 〈5〉에 넣는 경우

이웃하는 우리가 2개이므로 사자를 넣을 수 있는 우리는 3개이고, 나머지 4개의 우리에 각 동물을 넣는 방법의 수는 $4!$이므로

$2 \cdot 3 \cdot 4! = 144$

(ⅱ) 호랑이를 〈2〉 또는 〈4〉에 넣는 경우

이웃하는 우리가 3개이므로 사자를 넣을 수 있는 우리는 2개이고, 나머지 4개의 우리에 각 동물을 넣는 방법의 수는 $4!$이므로

$2 \cdot 2 \cdot 4! = 96$

(ⅲ) 호랑이를 〈3〉 또는 〈6〉에 넣는 경우

이웃하는 우리가 1개이므로 사자를 넣을 수 있는 우리는 4개이고, 나머지 4개의 우리에 각 동물을 넣는 방법의 수는 $4!$이므로

$2 \cdot 4 \cdot 4! = 192$

이상에서 구하는 방법의 수는

$144 + 96 + 192 = 432$

156) **정답** 234

[전략] 8이 포함되는 경우와 포함되지 않는 경우로 나누어 생각한다.

[풀이]

(ⅰ) 8이 포함되는 경우

8이 놓일 수 있는 자리는

백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 3가지

8을 제외한 8개의 수 중에서 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 방법의 수는

$_8\mathrm{P}_2 = 56$

따라서 8이 포함되는 자연수의 개수는

$3 \cdot 56 = 168$

(ⅱ) 8이 포함되지 않은 경우

각 자리의 숫자의 곱이 8의 배수가 되려면 4가 반드시 포함되고 2 또는 6이 포함되어야 한다.

8이 포함되지 않고 2, 4가 포함되도록 뽑는 방법의 수는 6이고, 이때 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는 $3! = 6$이므로 2, 4가 포함된 자연수의 개수는

$6 \cdot 6 = 36$

마찬가지로 8이 포함되지 않고 4, 6이 포함된 자연수의 개수는

36

이때 2, 4, 6이 모두 포함된 자연수의 개수는

$3! = 6$

이므로 8이 포함되지 않은 자연수의 개수는

$36 + 36 - 6 = 66$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 자연수의 개수는

$168 + 66 = 234$

157) **정답** 432

[전략] A, B 두 나라의 대표들이 자국의 대표끼리 이웃하게 앉는 방법의 수에서 세 나라의 대표들이 모두 자국의 대표끼리 이웃하게 앉는 방법의 수를 뺀다.

[풀이]

A, B 두 나라의 대표를 각각 한 사람으로 생각하여 5명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는

$(5-1)! = 4! = 24$

같은 나라 대표끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는

$3! \cdot 3! = 36$

이므로 A, B 두 나라의 대표들이 자국의 대표끼리 이웃하게 앉는 방법의 수는

$24 \cdot 36 = 864$

A, B, C 세 나라의 대표를 각각 한 사람으로 생각하여 3명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는

$(3-1)! = 2! = 2$

같은 나라 대표들끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는

$3! \cdot 3! \cdot 3! = 216$

이므로 A, B, C 세 나라의 대표들이 자국의 대표끼리 이웃하게 앉는 방법의 수는

$2 \cdot 216 = 432$

따라서 A, B 두 나라의 대표들만 자국의 대표끼리 이웃하게 앉는 방법의 수는

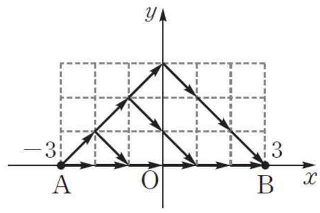
$864 - 432 = 432$

158) **정답** 141

[전략] 점프하는 방향을 정한 다음 점프하는 방향의 개수로 경우를 나누어 생각한다.

[풀이]

점 $\mathrm{A}(-3,\ 0)$에서 점 $\mathrm{B}(3,\ 0)$까지 6번만 점프하여 이동하려면 오른쪽 그림과 같이 길이가 1인 점프의 방향은 $\rightarrow$, 길이가 $\sqrt{2}$인 점프의 방향은 $\nearrow$ 또는 $\searrow$이어야 한다.



이때 점 $\mathrm{A}(-3,\ 0)$에서 점 $\mathrm{B}(3,\ 0)$까지 이동하는 방법은 다음과 같다.

(ⅰ) $\rightarrow$, $\rightarrow$, $\rightarrow$, $\rightarrow$, $\rightarrow$, $\rightarrow$로 점프하는 경우의 수는

1

(ⅱ) $\nearrow$, $\searrow$, $\rightarrow$, $\rightarrow$, $\rightarrow$, $\rightarrow$로 점프하는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{4!}=30$

(ⅲ) $\nearrow$, $\nearrow$, $\searrow$, $\searrow$, $\rightarrow$, $\rightarrow$로 점프하는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{2!\cdot 2!\cdot 2!}=90$

(ⅳ) $\nearrow$, $\nearrow$, $\nearrow$, $\searrow$, $\searrow$, $\searrow$로 점프하는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{3!\cdot 3!}=20$

이상에서 구하는 방법의 수는

$1+30+90+20=141$

159) **정답** 35

[전략] 함숫값이 모두 다른 경우, 2개가 같은 경우, 3개가 같은 경우로 나누어 생각한다.

[풀이]

(ⅰ) $f(1)<f(2)<f(3)<f(4)$인 경우

Y의 원소 5개 중에서 4개를 뽑는 방법의 수는

${}_5\mathrm{C}_4=5$

(ⅱ) $f(1)=f(2)<f(3)<f(4)$ 또는 $f(1)<f(2)=f(3)<f(4)$ 인 경우

Y의 원소 5개 중에서 3개를 뽑는 방법의 수는

${}_5\mathrm{C}_3=10$

$\therefore\ 2\cdot 10=20$

(ⅲ) $f(1)=f(2)=f(3)<f(4)$인 경우

Y의 원소 5개 중에서 2개를 뽑는 방법의 수는

${}_5\mathrm{C}_2=10$

이상에서 구하는 함수 f의 개수는

$5+20+10=35$

160) **정답** 46

[전략] 흰 바둑돌과 검은 바둑돌의 개수에 따라 일렬로 나열하는 방법의 수를 구한다.

[풀이]

흰 바둑돌끼리 이웃하지 않도록 일렬로 나열하려면 흰 바둑돌의 개수는 4 이하이어야 한다.

(i) 흰 바둑돌이 4개, 검은 바둑돌이 4개인 경우

검은 바둑돌 사이사이와 양 끝의 5개의 자리 중에서 4개의 자리에 흰 바둑돌을 놓는 방법의 수는 ∨●∨●∨●∨●∨

$_5C_4=5$

(ii) 흰 바둑돌이 3개, 검은 바둑돌이 5개인 경우

검은 바둑돌 사이사이와 양 끝의 6개의 자리 중에서 3개의 자리에 흰 바둑돌을 놓는 방법의 수는 ∨●∨●∨●∨●∨●∨

$_6C_3=20$

(iii) 흰 바둑돌이 2개, 검은 바둑돌이 6개인 경우

검은 바둑돌 사이사이와 양 끝의 7개의 자리 중에서 2개의 자리에 흰 바둑돌을 놓는 방법의 수는 ∨●∨●∨●∨●∨●∨●∨

$_7C_2=21$

이상에서 구하는 방법의 수는

$5+20+21=46$

161) **정답** 56

[전략] 한 번의 실험에서 전자음은 총 3번 울린다.

[풀이]

쥐가 출발하여 도착할 때까지는 오른쪽으로 5칸, 아래쪽으로 3칸을 지나가야 하고, 아래쪽으로 갈 때는 각 색깔에 해당하는 전자음이 울리므로 한 번의 실험에서 총 3번의 전자음이 울린다.

따라서 세로 방향의 6개의 길 중에서 아래로 내려갈 3개의 길을 택하면 전자음 세트가 하나로 정해지므로 구하는 전자음 세트의 개수는 6가지 색 중에서 3가지를 택하는 중복조합의 수와 같다.

$\therefore\ _6H_3={}_8C_3=56$

162) **정답** 1500

[전략] 치역의 원소가 3개이려면 함숫값이 같은 X의 원소가 2개 또는 3개 존재해야 함을 이용한다.

[풀이]

집합 X의 5개의 원소 중에서 치역의 원소가 되는 3개를 택하는 방법의 수는

$_5C_3=10$

이때 치역의 원소를 a, b, c라 하면 a, b, c 중에서 함숫값을 택하는 경우는

a, a, a, b, c 또는 a, a, b, b, c

의 2가지이다.

(ⅰ) 함숫값이 a, a, a, b, c인 함수의 개수는

$${}_3\mathrm{C}_1 \cdot \frac{5!}{3!} = 60$$

(ⅱ) 함숫값이 a, a, b, b, c인 함수의 개수는

$${}_3\mathrm{C}_2 \cdot \frac{5!}{2!2!} = 90$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 함수의 개수는

$$10 \cdot (60+90) = 1500$$

163) **정답** $\frac{3}{14}$

{전략} $(x+a)^{10}$의 전개식의 일반항을 이용하여 각 항의 계수를 구한다.

[풀이] $(x+a)^{10}$의 전개식에서 일반항은

$${}_{10}\mathrm{C}_r x^r a^{10-r} = {}_{10}\mathrm{C}_r a^{10-r} x^r$$

이므로 x^2, x^4, x^8의 계수는 각각

${}_{10}\mathrm{C}_2 a^8$, ${}_{10}\mathrm{C}_4 a^6$, ${}_{10}\mathrm{C}_8 a^2$, 즉 $45a^8$, $210a^6$, $45a^2$

위의 세 수가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$(210a^6)^2 = 45a^8 \cdot 45a^2, \quad 210^2 a^{12} = 45^2 a^{10}$$

$$a^2 = \left(\frac{45}{210}\right)^2 = \left(\frac{3}{14}\right)^2$$

$$\therefore a = \frac{3}{14} \quad (\because a > 0)$$

164) **정답** ①

{전략} $(1+x)^n$의 전개식을 이용할 수 있도록 식을 변형한다.

[풀이] $9^2 \cdot {}_5\mathrm{C}_1 + 9^3 \cdot {}_5\mathrm{C}_2 + 9^4 \cdot {}_5\mathrm{C}_3 + 9^5 \cdot {}_5\mathrm{C}_4 + 9^6 \cdot {}_5\mathrm{C}_5$

$= 9(1 + 9 \cdot {}_5\mathrm{C}_1 + 9^2 \cdot {}_5\mathrm{C}_2 + 9^3 \cdot {}_5\mathrm{C}_3 + 9^4 \cdot {}_5\mathrm{C}_4 + 9^5 \cdot {}_5\mathrm{C}_5) - 9$

$= 9(1+9)^5 - 9 = 9 \cdot 10^5 - 9$

$= 899991$

따라서 각 자리의 숫자의 합은

165) **정답** 7

{전략} 파스칼의 삼각형에서 각 단계의 배열은 중앙에 있는 수를 중심으로 좌우 대칭으로 점차 작아진다.

[풀이] $(x+1)^8$의 전개식에서 계수가 가장 큰 항은

$$ {}_8\mathrm{C}_4 x^4 \cdot 1^4 = {}_8\mathrm{C}_4 \cdot x^4 $$

$(2x-1)^5$의 전개식에서 계수가 가장 큰 항은

$$ {}_5\mathrm{C}_3 (2x)^3 \cdot (-1)^2 = {}_5\mathrm{C}_3 \cdot 2^3 \cdot x^3 $$

이므로 $(x+1)^8(2x-1)^5$의 전개식에서 계수가 가장 큰 항은

$$ {}_8\mathrm{C}_4 \cdot x^4 \cdot {}_5\mathrm{C}_3 \cdot 2^3 \cdot x^3 = {}_8\mathrm{C}_4 \cdot {}_5\mathrm{C}_3 \cdot 2^3 \cdot x^7 $$

따라서 주어진 식의 전개식에서 계수가 가장 큰 항의 차수는 7이다.

166) **정답** 1300

{전략} ${}_n\mathrm{C}_0 + {}_n\mathrm{C}_1 + {}_n\mathrm{C}_2 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n = 2^n$ 임을 이용한다.

[풀이]
$$ \begin{aligned} \sum_{k=1}^{n} {}_n\mathrm{C}_k &= {}_n\mathrm{C}_1 + {}_n\mathrm{C}_2 + {}_n\mathrm{C}_3 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n \\ &= ({}_n\mathrm{C}_0 + {}_n\mathrm{C}_1 + {}_n\mathrm{C}_2 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n) - {}_n\mathrm{C}_0 \\ &= 2^n - 1 \end{aligned} $$

따라서 $2^n - 1$이 5의 배수가 되려면 2^n을 5로 나눈 나머지가 1이어야 하므로 2^n의 일의 자리의 숫자가 6이어야 한다.

2^n의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6이 차례대로 반복되므로 5로 나눈 나머지가 1인 수는

$$ 2^4,\ 2^8,\ 2^{12},\ \cdots,\ 2^{100} $$

따라서 구하는 n의 값의 합은

$$ 4+8+12+\cdots+100 = \frac{25(4+100)}{2} = 1300 $$

167) **정답** ①

{전략} 주어진 부등식이 성립하도록 식을 변형한다.

[풀이] ${}_{2n}\mathrm{C}_n \le \sum_{k=0}^{2n} {}_{2n}\mathrm{C}_k = (1+1)^{2n} = 2^{2n} = 4^n$ 이므로

$$ {}_{2n}\mathrm{C}_n \le \boxed{4^n} \qquad \cdots\cdots \text{㉠} $$

또 $1 \le k \le n$을 만족시키는 자연수 k에 대하여

$$ \frac{n+k}{k} \ge \frac{k+k}{k} = 2 $$

이므로

$$ {}_{2n}C_n = \frac{2n!}{n! \cdot (2n-n)!} = \frac{2n}{n} \cdot \frac{2n-1}{n-1} \cdot \cdots \cdot \frac{n+1}{1} $$
$$ = \boxed{2} \cdot \frac{n+(n-1)}{n-1} \cdot \cdots \cdot \frac{n+1}{1} $$
$$ \geq 2 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot 2 = 2^n \qquad \cdots\cdots ㉡ $$

㉠, ㉡에서 $2^n \leq {}_{2n}C_n \leq 4^n$

$\therefore$ (가) 4^n (나) 2

따라서 $f(n)=4^n$, $a=2$이므로 $f(a)=f(2)=4^2=16$

168) **정답** ③

[전략] 모든 방법의 수에서 A, B가 예선에서 만나도록 대진표를 작성하는 방법의 수를 제외한다.

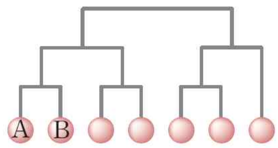
[풀이]

모든 대진표를 작성하는 방법의 수는 먼저 7명을 4명, 3명의 두 조로 나눈 후 4명을 다시 2명, 2명으로 나누고 3명에서 부전승에서 올라가는 1명을 택하는 방법의 수와 같으므로

$$ ({}_7C_4 \cdot {}_3C_3) \cdot \left({}_4C_2 \cdot {}_2C_2 \cdot \frac{1}{2!}\right) \cdot {}_3C_1 $$
$$ = 35 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 315 $$

A, B가 예선에서 만나도록 대진표를 작성하려면 A, B가 모두 4명의 조에 있거나 3명의 조에 있어야 한다.

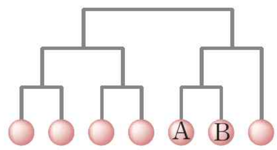
(ⅰ) A, B가 모두 4명의 조에 있는 경우



오른쪽 그림과 같이 A, B를 제외한 나머지 5명의 선수를 2명, 3명의 두 조로 나눈 후 3명에서 부전승으로 올라가는 1명을 택하는 방법의 수와 같으므로

$$ ({}_5C_2 \cdot {}_3C_3) \cdot {}_3C_1 = 10 \cdot 1 \cdot 3 = 30 $$

(ⅱ) A, B가 모두 3명의 조에 있는 경우



오른쪽 그림과 같이 A, B를 제외한 나머지 5명의 선수를 4명, 1명의 두 조로 나눈 후 4명을 다시 2명, 2명으로 나누는 방법의 수와 같으므로

$$ ({}_5C_4 \cdot {}_1C_1) \cdot \left({}_4C_2 \cdot {}_2C_2 \cdot \frac{1}{2!}\right) = 5 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 15 $$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 방법의 수는

$$ 315-(30+15)=270 $$

169) 정답 ⑤

버스로 등교하는 사건을 A, 지각하는 사건을 B라 하면

구하는 확률은 사건 B가 일어났을 때 사건 A가 일어

날 조건부확률이므로

$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^c\cap B)}$$

$$\frac{\frac{6}{10}\times\frac{1}{20}}{\frac{6}{10}\times\frac{1}{20}+\frac{4}{10}\times\frac{1}{15}}=\frac{\frac{3}{100}}{\frac{3}{100}+\frac{2}{75}}=\frac{\frac{3}{100}}{\frac{17}{300}}=\frac{9}{17}$$

170) 정답 ①

(ⅰ) 꺼낸 공의 색이 다른 경우

꺼낸 공의 색이 다르고, 1개의 동전을 3번 던져서 앞면이 2번 나올 확률은

$$\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_2}\times{}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{12}{21}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{14}$$

(ⅱ) 꺼낸 공의 색이 같은 경우

꺼낸 공의 색이 같고, 1개의 동전을 2번 던져서 앞면이 2번 나올 확률은

$$\frac{{}_4\mathrm{C}_2+{}_3\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_2}\times\frac{1}{4}=\frac{9}{21}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{28}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{3}{14}+\frac{3}{28}=\frac{9}{28}$

171) 정답 68

8명이 자리에 앉는 경우의 수는 8!

이때, 적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정되는 사건을 A라 하면 A^c은 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정되지 않는 사건이다.

이때, 사건 A^c이 일어날 경우는 다음 두 가지이다.

	1열	2열	3열
1행	남	여	남
2행	여		여
3행	남	여	남

	1열	2열	3열
1행	여	남	여
2행	남		남
3행	여	남	여

따라서 A^c이 일어나는 경우의 수는 $4!\times4!\times2$

$$\therefore\ p=\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^c)=1-\frac{4!\times4!\times2}{8!}$$

$$=1-\frac{4\times3\times2\times2}{8\times7\times6\times5}=1-\frac{1}{35}=\frac{34}{35}$$

$$\therefore\ 70p=70\times\frac{34}{35}=68$$

[다른 풀이]
여사건은 이웃한 남학생이 없는 경우이므로

$$p=1-\frac{4!4!\times2}{8!}=\frac{34}{35}$$

$$\therefore\ 70p=68$$

172) 정답 ④
주어진 실행에 의하여 상자 B에 있는 빨간 공의 개수가 1인 경우는 다음과 같다.
ⅰ) 빨간 공 1개, 검은 공 1개를 뽑은 경우

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{15}{28}$$

ⅱ) 검은 공 2개 뽑은 후 빨간 공 1개, 검은 공 1개인 경우

$\dfrac{{}_5\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}\times\dfrac{{}_3\mathrm{C}_1\cdot{}_3\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_2}=\dfrac{6}{28}$이므로 ⅰ), ⅱ)에 의해

$\dfrac{15}{28}+\dfrac{6}{28}=\dfrac{21}{28}=\dfrac{3}{4}$이다.

173) 정답 ④
주머니에서 꺼낸 카드가 짝수일 경우를 모두 구하면 다음의 두 가지 경우이다.
ⅰ) 주사위가 3 또는 6이 나오고, A 주머니에서 짝수가 나올 확률은

$$\frac{2}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{15}$$

ⅱ) 주사위가 1 또는 2 또는 4 또는 5가 나오고, B 주머니에서 짝수가 나올 확률은

$$\frac{4}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{3}$$

따라서, 구하는 확률(조건부확률)은

$$\frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{15}+\frac{1}{3}}=\frac{2}{7}$$

174)[정답] ③
철수가 받은 두 점수의 합이 70인 경우는 다음과 같다.

관람객 투표	$A\left(\frac{1}{2}\right)$	$B\left(\frac{1}{3}\right)$	$C\left(\frac{1}{6}\right)$
심사위원	$C\left(\frac{1}{6}\right)$	$B\left(\frac{1}{3}\right)$	$A\left(\frac{1}{2}\right)$
확률	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}=\frac{5}{18}$$

175) [정답] ④
6명의 학생을 6개의 좌석에 앉히는 방법의 수는 $6!$(가지)
또한, 같은 나라의 두 학생끼리 좌석번호의 차가 1 또는 10이 되도록 앉으려면 다음과 같이 세 가지 방법이 있다.
(i) (11, 12), (21, 22), (13, 23)
(ii) (11, 21), (12, 13), (22, 23)
(iii)(11, 21), (12, 22), (13, 23)
(i)의 방법에 세 나라를 정하는 방법의 수는 $3!$(가지)
각 좌석에 두 학생을 앉히는 방법의 수는 2^3(가지)
따라서 (ii), (iii)의 방법으로 앉히는 방법의 수는 같으므로 구하고자 하는 확률은 $\frac{3!\times2^3\times3}{6!}=\frac{1}{5}$

176)[정답] ④
남자 탁구선수 4명과 여자 탁구선수 4명에서 2명씩 4개의 조를 만드는 경우의 수는
${}_8C_2\times{}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{4!}=105$
이 때 남자 1명과 여자 1명으로 이루어진 조가 2개인 경우의 수는
${}_4C_2\times{}_4C_2\times2\times1=72$
따라서 구하는 확률은 $\frac{72}{105}=\frac{24}{35}$

177) 정답 ①
철수가 받은 전자우편이 '여행'을 포함할 사건을 A,

철수가 받은 전자우편이 광고인 사건을 B라 하자.

$$\mathrm{P}(\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+\mathrm{P}(\mathrm{A}^c\cap\mathrm{B})=\frac{1}{10}\times\frac{1}{2}+\frac{9}{10}\times\frac{1}{5}$$

$$=\frac{1}{20}+\frac{9}{50}=\frac{23}{100}$$

$$\therefore\ \mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{23}{100}}=\frac{5}{23}$$

178) 정답 ④
쿠폰을 모두 4장을 받을 확률을 구해보면
(ⅰ) A : 1, B : 1, C : 2
$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$
(ⅱ) A : 1, B : 2, C : 1
$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{4}{9}=\frac{8}{81}$
(ⅲ) A : 2, B : 1, C : 1
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}=\frac{2}{27}$
$\therefore\ \frac{1}{9}+\frac{8}{81}+\frac{2}{27}=\frac{23}{81}$

이때, B코스에서 2장을 받은 확률은

(ⅱ)에서 $\frac{8}{81}$이므로 구하는 확률은 $\dfrac{\frac{8}{81}}{\frac{23}{81}}=\frac{8}{23}$

179) 정답 ①
첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4이려면

$4=2+2$ 또는 $4=1+3$ 또는 $4=3+1$

또, 세 번째 나온 수가 홀수이려면

1 또는 3의 수가 나와야 한다.

따라서, 다음의 세 가지 경우가 가능하다.

(ⅰ) (2, 2, 1 또는 3)인 경우

$\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{16}{216}$

(ⅱ) (1, 3, 1 또는 3)인 경우

$\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{12}{216}$

(ⅲ) (3, 1, 1 또는 3)인 경우

(ⅱ)의 경우와 마찬가지로 $\frac{12}{216}$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{16}{216}+\frac{12}{216}+\frac{12}{216}=\frac{40}{216}=\frac{5}{27}$

180) 답 23
$i^m\cdot(-i)^n=(-1)^n\cdot i^{m+n}$ 이므로

$i^m\cdot(-1)^n$ 의 값이 1이 되는 경우는

n이 짝수이고 $m+n=4,\ 8,\ 12$

또는 n이 홀수이고 $m+n=2, 6, 10$이다.

(1) n이 짝수이고 $m+n=4, 8, 12$인 경우는
$(2,\ 2)$, $(2,\ 6)$, $(4,\ 4)$, $(6,\ 2)$, $(6,\ 6)$의 5가지

(2) n이 홀수이고 $m+n=2, 6, 10$인 경우는
$(1,\ 1)$, $(1,\ 5)$, $(3,\ 3)$, $(5,\ 1)$, $(5,\ 5)$의 5가지

따라서, 구하는 확률은 $\dfrac{5+5}{36}=\dfrac{5}{18}$이므로

$p+q=18+5=23$

181) 답 ①
철수가 주머니 A에서 어느 한 숫자를 선택하고

영희가 주머니 B에서 그와 다른 숫자를 선택할 확률은

$_5\mathrm{C}_1\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{4}{5}$

철수는 두 사람이 꺼낸 첫 번째 숫자 2개를 제외한 나머지 3개의 숫자 중에서 한 개를 선택하고, 영희는 그와 같은 숫자를 선택해야 하므로 그 확률은

$\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{16}$

따라서 구하는 확률은

$\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{16}=\dfrac{3}{20}$

182) 답 ⑤

ㄱ. $\mathrm{P}(E)=\dfrac{1}{2}$이므로

$I(E)=-\log_2\mathrm{P}(E)=-\log_2\dfrac{1}{2}=1$ (참)

ㄴ. 두 사건 A, B가 서로 독립이므로
$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$\therefore\ I(A\cap B)=-\log_2 \mathrm{P}(A\cap B)=-\log_2 \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=-\{\log_2\mathrm{P}(A)+\log_2\mathrm{P}(B)\}$

$=-\log_2\mathrm{P}(A)-\log_2\mathrm{P}(B)$

$=I(A)+I(B)$ (참)

ㄷ. $2I(A\cup B)=-2\log_2 \mathrm{P}(A\cup B)=-\log_2\{\mathrm{P}(A\cup B)\}^2$

$I(A)+I(B)=-\log_2\mathrm{P}(A)-\log_2\mathrm{P}(B)$

$=-\log_2 \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)\ge \mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(A\cup B)\ge \mathrm{P}(B)>0$이므로

$\{\mathrm{P}(A\cup B)\}^2\ge \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\therefore\ \log_2\{\mathrm{P}(A\cup B)\}^2\ge \log_2\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$-\log_2\{\mathrm{P}(A\cup B)\}^2\le -\log_2\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\therefore\ 2I(A\cup B)\le I(A)+I(B)$ (참)

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

183) 답 ⑤

9개의 공 중에서 4개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_9\mathrm{C}_4=\frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}=126$$

꺼낸 공에 적혀 있는 수 중 가장 큰 수를 M, 가장 작은 수를 m이라 하면 $7\le M+m\le 9$를 만족하는 경우의 수는 다음과 같다.

(i) $m=1$, $M=6$일 때

2, 3, 4, 5 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_4\mathrm{C}_2=6$ (가지)

(ii) $m=1$, $M=7$일 때

2, 3, 4, 5, 6 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_5\mathrm{C}_2=10$ (가지)

(iii) $m=1$, $M=8$일 때

2, 3, 4, 5, 6, 7 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_6\mathrm{C}_2=15$ (가지)

(iv) $m=2,\ M=5$일 때
3, 4 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_2\mathrm{C}_2=1$ (가지)

(v) $m=2,\ M=6$일 때
3, 4, 5 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_3\mathrm{C}_2=3$ (가지)

(vi) $m=2,\ M=7$일 때
3, 4, 5, 6 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_4\mathrm{C}_2=6$ (가지)

(vii) $m=3,\ M=6$일 때
4, 5 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_2\mathrm{C}_2=1$ (가지)

이상에서 주어진 조건을 만족하는 경우의 수는

$6+10+15+1+3+6+1=42$ (가지)

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{42}{126}=\dfrac{1}{3}$

184) 답 ②

$$\frac{2\cdot 2}{2\times 2+3\times 3}=\frac{4}{13}$$

185) 답 ③
6명을 2명씩 짝을 짓는 방법의 수는

${}_6\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_2\times\dfrac{1}{3!}=15$

A와 B는 같은 조에 편성되고 C와 D는 다른 조에 편성되는 경우의 수는

(A, B), (C, E), (D, F)와 (A, B), (C, F), (D, E)

인 2가지 밖에 없으므로 $\mathrm{P}=\dfrac{2}{15}$

186) 답 ②
구하고자 하는 확률은

$$1-\frac{{}_4P_2\times 4!}{6!}=1-\frac{4\times 3\times 4!}{6!}=1-\frac{4\times 3}{6\times 5}=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$$

187) 답 ②
증가와 감소버튼을 3번씩 누를 때 채널 50에 다시 오므로

$${}_6\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{20}{2^6}=\frac{5}{16}$$

188) 답 19
A영역에 색을 칠하게 될 확률은 $\dfrac{3}{4}$,

B영역에 색을 칠하게 될 확률은 $\dfrac{1}{4}$이다.

이 때, 3번째 시행에서 마치는 경우는

A, A, B의 순서로 칠하거나,

B, B, A의 순서로 칠하게 되는 경우이다.

이 때, 위의 각 경우의 확률은 각각

$\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{9}{64}$, $\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{64}$이므로

구하는 확률은 $\frac{9}{64}+\frac{3}{64}=\frac{12}{64}=\frac{3}{16}$

$\therefore\ p+q=16+3=19$

189) 답 ③

주어진 조건을 표로 나타내면 다음과 같다.

	남학생	여학생	계
중국어	12		
일본어		7	
계	18	16	

이제 위의 표를 완성하면 다음과 같다.

	남학생	여학생	계
중국어	12	9	21
일본어	6	7	13
계	18	16	34

이 학급에서 선택된 한 학생이 중국어 수업을 받을 사건을 A, 여학생일 사건을 B라 하면 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$$

190) 답 ①

갑이 상자 B를 선택하였을 때, 을의 판단이 틀리는 경우는 을이 (가)를 판단하는 경우이다. 즉, 을의 판단이 틀릴 확률은 갑이 상자 B를 선택하여 주어진 조건의 시행을 할 때, 빨간 공이 3회 이하 나오는 경우이다. 따라서 구하는 확률은 여사건의 확률을 이용하면

$$1-\left\{{}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)+{}_5\mathrm{C}_5\left(\frac{1}{3}\right)^5\right\}=\frac{232}{3^5}$$

191) 답 ①
네 사람을 키 순서대로 a, b, c, d라 하면
네 사람을 일렬로 나열하는 방법의 수는 $4!=24$ (가지)
이 때, 세 번째 사람이 이웃한 사람보다 키가 작을 경우는 다음 두 가지가 있다.
(ⅰ) c가 세 번째에 있는 경우
d, a, c, b 또는 d, b, c, a로 2가지
(ⅱ) d가 세 번째에 있는 경우
나머지 세 명을 나열하는 방법의 수와 같으므로
$3!=6$ (가지)
따라서 구하는 확률은 $\frac{2+6}{24}=\frac{1}{3}$

192) 답 ③
두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 경우의 수는
$6\times6=36$(가지)
이 때, 한 주사위가 다른 주사위의 배수가 되는 경우는
(1, 1), (1, 2), (1, 3), ⋯, (1, 6), (2, 1), (3, 1), ⋯,
(6, 1), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (6, 2),
(3, 3), (3, 6), (6, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)으로
총 22가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{22}{36}=\frac{11}{18}$

193) 답 ②
[독립시행의 확률]

3번 시행에서 빨간 공, 노란 공, 파란공이 각각 하나씩 나오는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{P}_3$이므로 구하는 확률은

$${}_3\mathrm{P}_3 \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{20} \cdot \frac{2}{20} = 6 \cdot \frac{1}{200} = \frac{3}{100}$$

194) 정답 ④

A팀부터 B팀이 5 : 4로 이기는 경우는 아래와 같이 5가지 경우이다.

A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
×	○	○×	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	×○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	×○	○	○	○
○	○		○		○		○	×	○

$\therefore\ {}_5C_4(0.8)^4(0.2)\times(0.8)^5 = 0.8^9$

195) 정답 ①

ⅰ) 흰공을 꺼낸 경우 $\frac{2}{4}\times{}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{16}$

ⅱ) 검은 공을 꺼낸 경우 $\frac{2}{4}\times{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}$

ⅰ), ⅱ)에서 $\frac{1}{16}+\frac{1}{8}=\frac{3}{16}$

196) 정답 ②

$\mathrm{P}(B^c|A) = 2\mathrm{P}(B|A)$에서

$$\frac{\mathrm{P}(B^c\cap A)}{\mathrm{P}(A)} = \frac{2\mathrm{P}(B\cap A)}{\mathrm{P}(A)}$$

$\therefore \mathrm{P}(B^c \cap A) = 2\mathrm{P}(B \cap A) = 2 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

$\therefore \mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A \cap B) + \mathrm{P}(A \cap B^c) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

197) 정답 ⑤
조건에서

ⅰ) $\mathrm{P}(A|B) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)} = \frac{\mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)} = \frac{3}{8}$ ($\because$ A, B는 독립)

$\therefore \mathrm{P}(A) = \frac{3}{8}$

ⅱ) $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$

$= \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B) = \frac{1}{2}$

($\because$ A, B는 독립)

$\therefore \frac{3}{8} + \mathrm{P}(B) - \frac{3}{8}\mathrm{P}(B)\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}\mathrm{P}(B) = \frac{1}{8}$

$\therefore \mathrm{P}(B) = \frac{1}{5}$

$\mathrm{P}(A \cap B^c) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B^c) = \mathrm{P}(A) \cdot (1 - \mathrm{P}(B))$

$= \frac{3}{8} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)$ ($\because$ (ⅰ), (ⅱ)에 의하여)

$= \frac{3}{10}$

198)[정답] ④
A , B 가 독립이므로 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ 이다.
따라서 $P(A) \cdot P(B) = P(A) - P(B)$
$P(B)$를 x로 두면
$\frac{2}{3} \cdot x = \frac{2}{3} - x \quad \frac{5}{3}x = \frac{2}{3}$

$\therefore x = \frac{2}{5}$

199) 정답 ④

$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\mathrm{P}(\mathrm{B})$이고, $\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{9}$이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{3}$ $(\because\ 0\le \mathrm{P}(\mathrm{A})\le 1,\ 0\le \mathrm{P}(\mathrm{B})\le 1)$

한편, 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=0$

$\therefore\ \mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-0=\frac{2}{3}$

200) 답 ④

$\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}(B^c)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{1}{6}$ 에서

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6}\mathrm{P}(A)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$

$\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^c\cap B)=\mathrm{P}(B)$ 이므로

$\mathrm{P}(A^c\cap B)=\frac{1}{3}-\frac{1}{12}=\frac{1}{4}$

$\therefore\ \mathrm{P}(A^c|B)=\frac{\mathrm{P}(A^c\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{4}$

201) 답 ④

$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3}$, A, B가 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

202) 답 ③

$A \subset B$이므로 $A \cap B = A$

$$\mathrm{P}(\mathrm{A} \mid \mathrm{B}) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})} = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{A})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{8}$$

203) 답 ⑤

X : 앞면이 나오는 개수

ㄱ. $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \mathrm{P}(\mathrm{X}=0) + \mathrm{P}(\mathrm{X}=1) = {}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^3 + {}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ …… 참

ㄴ. $A \cap B$: 앞면이 0개

$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(X=0) = {}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{1}{8}$ …………참

ㄷ. $\mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(X=0) + \mathrm{P}(X=3)$

$= 2 \times {}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{1}{8}$, $\mathrm{P}(\mathrm{A}) \cdot \mathrm{P}(\mathrm{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

$\therefore A, B$는 독립…………참

204) 답 ④

$\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 2\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}^C)$

$\mathrm{P}(\mathrm{A}) \times \mathrm{P}(\mathrm{B}) = 2\mathrm{P}(\mathrm{A}) \times \mathrm{P}(\mathrm{B}^C)$ ($\because A, B$는 독립)

$\mathrm{P}(\mathrm{B}) = 2\mathrm{P}(\mathrm{B}^C)$ ($\because$ $\mathrm{P}(\mathrm{A}) \neq 0$)

$\mathrm{P}(\mathrm{B}) = 2(1 - \mathrm{P}(\mathrm{B}))$

$3\mathrm{P}(\mathrm{B}) = 2$, $\mathrm{P}(\mathrm{B}) = \frac{2}{3}$ …… ㉠

또 $\mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}} \cap \mathrm{B}) = \frac{1}{12}$, $\mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}}) \times \mathrm{P}(\mathrm{B}) = \frac{1}{12}$

㉠에서 $\mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}}) \times \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$

$\mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}}) = \frac{1}{8}$

$\therefore\ P(A) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

205) 답 ①

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 $\mathrm{P}(A \cap B) = 0$

또, $A \cup B = S$이므로 $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(S) = 1$

따라서 확률의 덧셈정리에 의해

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A \cup B) &= \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B) \\ &= 2\mathrm{P}(B) + \mathrm{P}(B) - 0 = 3\mathrm{P}(B) = 1\end{aligned}$$

$\therefore\ \mathrm{P}(B) = \frac{1}{3}$

$\therefore\ \mathrm{P}(A) = 2\mathrm{P}(B) = \frac{2}{3}$

206) 답 50

재직 연수가 10년 미만일 사건을 A,

조직 개편안에 찬성할 사건을 B라 하면

두 사건 A, B가 서로 독립일 필요충분조건은

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$이다.

이 때, $P(A) = \frac{120}{360}$, $P(B) = \frac{150}{360}$, $P(A \cap B) = \frac{a}{360}$

이므로 $\frac{a}{360} = \frac{120}{360} \cdot \frac{150}{360}$에서 $a = 50$

207) **정답** ①

[전략] 어떤 수가 5로 나누어떨어지려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.

[풀이]

집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10\}$에서 두 원소 $m,\ n$을 택하는 모든 경우의 수는 $10\cdot 10=100$

3^m+4^n이 5로 나누어떨어지려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.

이때 3^m의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1이 이 순서대로 반복되고, 4^n의 일의 자리 숫자는 4, 6이 이 순서대로 반복되므로 3^m+4^n이 5로 나누어떨어지는 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 4^n의 일의 자리 숫자가 6인 경우

3^m의 일의 자리 숫자는 9이어야 하므로 n의 값은 2, 4, 6, 8, 10의 5개, m의 값은 2, 6, 10의 3개이다.

$\therefore\ 5\cdot 3=15$

(ⅱ) 4^n의 일의 자리 숫자가 4인 경우

3^m의 일의 자리 숫자는 1이어야 하므로 n의 값은 1, 3, 5, 7, 9의 5개, m의 값은 4, 8의 2개이다.

$\therefore\ 5\cdot 2=10$

(ⅰ), (ⅱ)에서 3^m+4^n이 5로 나누어떨어지는 경우의 수는

$15+10=25$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{25}{100}=\dfrac{1}{4}$

208) **정답** ④

[전략] 두 원의 반지름의 길이를 각각 $r,\ r'\ (r>r')$, 중심 사이의 거리를 d라 할 때, 두 원이 서로 다른 두 점에서 만날 필요충분조건은 $r-r'<d<r+r'$이다.

[풀이]

두 개의 주사위를 던질 때, 모든 경우의 수는

$6\cdot 6=36$

두 원의 중심 사이의 거리는

$\sqrt{(b-a)^2+(b-a)^2}=\sqrt{2}\,|b-a|$

두 원의 반지름의 길이는 각각 $\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$이므로 두 원이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$3\sqrt{2}-\sqrt{2}<\sqrt{2}\,|b-a|<3\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$2<|b-a|<4\quad \therefore\ |b-a|=3$

$|b-a|=3$인 경우는

$(1,\ 4),\ (2,\ 5),\ (3,\ 6),\ (4,\ 1),\ (5,\ 2),\ (6,\ 3)$

의 6가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

209) **정답** $\frac{1}{6}$

[전략] 3가지 색을 1번, 1번, 4번 또는 1번, 2번, 3번 또는 2번, 2번, 2번 칠하는 방법의 수를 각각 구한다.

[풀이]

3가지 색을 적어도 한 번씩은 이용하여 칠하므로 6개의 영역을 3가지 색을 모두 이용하여 칠하는 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 3가지 색을 1번, 1번, 4번 칠하는 경우

3가지 색 중에서 4번 칠하는 색을 정하는 방법의 수는 ${}_3C_1=3$이므로 6개의 영역을 칠하는 방법의 수는

$${}_3C_1\cdot\frac{6!}{4!}=90$$

(ⅱ) 3가지 색을 1번, 2번, 3번 칠하는 경우

3가지 색 중에서 1번, 2번, 3번 칠하는 색을 정하는 방법의 수는 $3!=6$이므로 6개의 영역을 칠하는 방법의 수는

$$3!\cdot\frac{6!}{2!\cdot3!}=360$$

(ⅲ) 3가지 색을 2번, 2번, 2번 칠하는 경우

6개의 영역을 칠하는 방법의 수는 $\frac{6!}{2!\cdot2!\cdot2!}=90$

이상에서 3가지 색을 모두 이용하여 칠하는 방법의 수는

$$90+360+90=540$$

한편 이웃하는 영역을 서로 다른 색으로 칠하는 방법의 수는

$$3\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=96$$

이 중에서 이웃하는 영역을 2가지 색으로만 칠하는 방법의 수는

$${}_3C_2\cdot2=6$$

이므로 구하는 확률은 $\frac{96-6}{540}=\frac{90}{540}=\frac{1}{6}$

[다른 풀이]

3가지 색을 모두 이용하여 칠하는 방법의 수는 3가지 색으로 칠할 수 있는 방법의 수에서 2가지 색만을 이용하는 방법의 수와 1가지 색만을 이용하는 방법의 수를 빼면 된다.

$$\therefore\ {}_3\Pi_6-\{{}_3C_2\cdot({}_2\Pi_6-2)+3\}=729-(186+3)=540$$

210) **정답** ④

[전략] 분할하는 방법의 수를 이용한다.

[풀이]

신입사원 9명을 3개의 부서에 3명씩 배치하는 방법의 수는

$${}_9C_3\cdot{}_6C_3\cdot{}_3C_3\cdot\frac{1}{3!}\cdot3!=1680$$

남자 직원 6명을 각 부서에 2명씩 배치하고 여자 직원을 배치하는 방법의 수는

$$_6\mathrm{C}_2 \cdot {}_4\mathrm{C}_2 \cdot {}_2\mathrm{C}_2 \cdot \frac{1}{3!} \cdot 3! \cdot 3! = 540$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{540}{1680} = \frac{9}{28}$

211) **정답** $\frac{1}{5}$

[전략] 여자 관객 2명을 배정하는 구역으로 그 경우를 나누어 생각한다.

[풀이]

남아 있는 6개의 좌석에 4명의 관객을 배정하는 방법의 수는

$$_6\mathrm{P}_4 = 360$$

(i) 여자 관객 2명을 A구역에 배정하는 방법의 수는

$$_3\mathrm{P}_2 = 6$$

이때 남자 관객 2명을 다른 구역에 배정하는 방법의 수는

A, B구역에 배정하는 경우 : $2 \cdot 2 = 4$

A, C구역에 배정하는 경우 : $2! = 2$

B, C구역에 배정하는 경우 : $2 \cdot 2 = 4$

$\therefore\ 6 \cdot (4+2+4) = 60$

(ii) 여자 관객 2명을 B구역에 배정하는 방법의 수는

$2! = 2$

이때 남자 관객 2명을 A, C구역에 배정하는 방법의 수는

$_3\mathrm{C}_1 \cdot 2! = 6$

$\therefore\ 2 \cdot 6 = 12$

(i), (ii)에서 여자 관객은 같은 구역에 앉고, 남자 관객은 서로 다른 구역에 앉도록 배정하는 방법의 수는

$60 + 12 = 52$

따라서 구하는 확률은 $\frac{72}{360} = \frac{1}{5}$

212) **정답** ①

[전략] 정사각형 ABCD를 좌표평면 위에 놓고, 주어진 조건을 만족시키는 영역을 나타낸다.

[풀이]

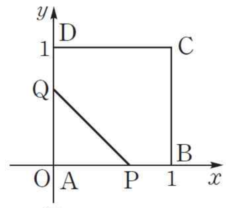
오른쪽 그림과 같이 점 A가 원점 O에 오고 $\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{AD}}$가 각각 x축과 y축의 양의 방향에 오도록 정사각형 ABCD를 좌표평면 위에 놓자.

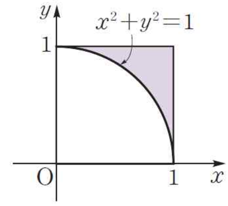
$\mathrm{P}(x,\ 0)$, $\mathrm{Q}(0,\ y)$라 하면

$0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1$ …… ㉠

$\overline{PQ} \ge 1$에서 $\sqrt{x^2+y^2} \ge 1$

$\therefore\ x^2+y^2 \ge 1$ …… ㉡





오른쪽 그림에서 부등식 ㉠의 영역은 정사각형의 내부(경계선 포함)이고, 부등식 ㉠, ㉡의 공통인 영역은 색칠한 부분(경계선 포함)과 같다. 따라서 구하는 확률은

$$\frac{(\text{어두운 부분의 넓이})}{(\text{전체 영역의 넓이})}$$

$$=\frac{1-\frac{1}{4}\cdot\pi\cdot1^2}{1}=1-\frac{\pi}{4}$$

213) **정답** $\frac{1}{5}$

[전략] $i\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ 6)$가 나올 확률은 p_i로 놓고 주어진 조건을 p_i로 나타낸다.

[풀이]

육면체를 한 번 던지는 시행에서 $i\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ 6)$가 나올 확률을 p_i라 하면

$p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+p_6=1$ …… ㉠

$p_1=p_2=p_3=p_4$ …… ㉡

$p_5=2p_1$ …… ㉢

$p_6=2p_5=2\cdot2p_1=4p_1$ …… ㉣

㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면

$p_1+p_1+p_1+p_1+2p_1+4p_1=1$

$10p_1=1$ $\therefore\ p_1=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은 $p_5=2p_1=2\cdot\frac{1}{10}=\frac{1}{5}$

214) **정답** ⑤

[전략] 방정식의 해를 구하여 해가 정수가 되도록 하는 a의 조건을 구한다.

[풀이]

이차방정식 $6x^2-5ax+a^2=0$에서

$(3x-a)(2x-a)=0$ $\therefore\ x=\frac{a}{3}$ 또는 $x=\frac{a}{2}$

표본공간을 S, $x=\frac{a}{3}$가 정수인 사건을 A, $x=\frac{a}{2}$가 정수인 사건을 B라 하면

$S=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 20\}$, $A=\{a\,|\,a$는 3의 배수$\}$

$B=\{a\,|\,a$는 2의 배수$\}$, $A\cap B=\{a\,|\,a$는 6의 배수$\}$

$\therefore\ \mathrm{P}(A)=\frac{6}{20},\ \mathrm{P}(B)=\frac{10}{20},\ \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{3}{20}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$
$$=\frac{6}{20}+\frac{10}{20}-\frac{3}{20}=\frac{13}{20}$$

215) **정답** ④

[전략] 두 사건 A, B가 서로 다른 배반사건일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$**이다.**

[풀이]

ㄱ. 9개의 공 중에서 2개를 꺼낼 때, 흰 공 2개, 검은 공 2개, 노란 공 2개가 나오는 사건을 각각 A, B, C라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{1}{6},\ \mathrm{P}(B)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{1}{12},$$

$$\mathrm{P}(C)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{1}{36}$$

A, B, C는 서로 배반사건이므로

$$\mathrm{P}(2)=\mathrm{P}(A\cup B\cup C)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C)$$
$$=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{36}=\frac{5}{18}$$

ㄴ. 9개의 공 중에서 3개를 꺼낼 때, 흰 공 3개, 검은 공 3개가 나오는 사건을 각각 D, E라 하면

$$\mathrm{P}(D)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{1}{21},\ \mathrm{P}(E)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{1}{84}$$

D, E는 서로 배반사건이므로

$$\mathrm{P}(3)=\mathrm{P}(D\cup E)=\mathrm{P}(D)+\mathrm{P}(E)$$
$$=\frac{1}{21}+\frac{1}{84}=\frac{5}{84}$$

ㄷ. 9개의 공 중에서 4개를 꺼낼 때, 흰 공 4개가 나오는 사건을 F라 하면

$$\mathrm{P}(4)=\mathrm{P}(F)=\frac{{}_4\mathrm{C}_4}{{}_9\mathrm{C}_4}=\frac{1}{126}$$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

216) **정답** $\frac{11}{18}$

[전략] 먼저 2회 시행 후 전구가 2개 켜져 있는 경우를 생각해 본다.

[풀이]

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 모든 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36$$

주사위를 던지기 전에 불이 켜져 있는 전구를 a, b, 불이 꺼져 있는 전구를 c, d, e, f라 하자.

2회 시행 후 켜져 있는 전구가 2개인 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 두 번 모두 같은 눈이 나오는 경우

$(1,\ 1)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 4)$, $(5,\ 5)$, $(6,\ 6)$의 6가지

이므로 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ⅱ) 한 번은 a, b 중 하나의 눈이 나오고 한 번은 c, d, e, f 중 하나의 눈이 나오는 경우

경우의 수는 ${}_2\mathrm{C}_1 \cdot {}_4\mathrm{C}_1 \cdot 2! = 16$이므로 확률은 $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

이때 두 사건은 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\frac{1}{6} + \frac{4}{9} = \frac{11}{18}$$

217) **정답** ②

[전략] 1회 또는 2회 시행에서 멈추게 될 확률을 구한 후, 여사건의 확률을 이용한다.

[풀이]

3회 이상 공을 꺼내는 사건을 A라 하면 A^c는 1회 또는 2회에서 나온 수의 합이 5의 배수가 되는 사건이다.

(ⅰ) 1회에서 나온 수가 5의 배수인 경우

5, 10의 2가지이므로 확률은 $\frac{2}{{}_{10}\mathrm{C}_1} = \frac{1}{5}$

(ⅱ) 2회까지 나온 두 수의 합이 5의 배수인 경우는

합이 5인 경우: $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$의 4가지

합이 10인 경우: $(1,\ 9)$, $(2,\ 8)$, $(3,\ 7)$, $(4,\ 6)$,
$(6,\ 4)$, $(7,\ 3)$, $(8,\ 2)$, $(9,\ 1)$의 8가지

합이 15인 경우: $(6,\ 9)$, $(7,\ 8)$, $(8,\ 7)$, $(9,\ 6)$의 4가지

이므로 확률은 $\frac{4+8+4}{{}_{10}\mathrm{C}_1 \cdot {}_9\mathrm{C}_1} = \frac{16}{90} = \frac{8}{45}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $\mathrm{P}(A^c) = \frac{1}{5} + \frac{8}{45} = \frac{17}{45}$

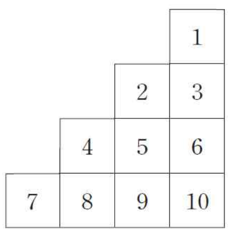
따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(A^c) = 1 - \frac{17}{45} = \frac{28}{45}$$

218) **정답** ④
[전략] 합성함수 $g \circ f$의 치역이 Z가 아닐 확률을 이용한다.
[풀이]
일대일함수 f의 개수는 ${}_3\mathrm{P}_2 = 6$
치역이 Z인 함수 g의 개수는 치역의 원소가 0뿐이거나 1뿐인 경우를 제외하면 되므로 ${}_2\Pi_3 - 2 = 6$
즉 합성함수 $g \circ f$의 개수는 $6 \cdot 6 = 36$
$g \circ f$의 치역이 Z인 사건을 A라 하면 A^c는 치역이 $\{0\}$ 또는 $\{1\}$인 사건이다.
(ⅰ) 치역이 $\{0\}$인 경우
$f(1) = a,\ f(2) = b$라 하면 $g(a) = 0,\ g(b) = 0,\ g(c) = 1$이어야 하므로 $f(1)$과 $f(2)$의 값이 정해지면 함수 g가 하나로 정해진다.
따라서 치역이 $\{0\}$인 $g \circ f$의 개수는 ${}_3\mathrm{P}_2 = 6$
(ⅱ) 치역이 $\{1\}$인 경우
$f(1) = a,\ f(2) = b$라 하면 $g(a) = 1,\ g(b) = 1,\ g(c) = 0$이어야 하므로 치역이 $\{1\}$인 $g \circ f$의 개수는 ${}_3\mathrm{P}_2 = 6$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $\mathrm{P}(A^c) = \dfrac{6+6}{36} = \dfrac{1}{3}$
따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(A^c) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

219) **정답** 37
[전략] 각 정사각형에 번호를 매겨 가능한 경우를 순서쌍으로 나타낸다.
[풀이]
모든 경우의 수는 ${}_{10}\mathrm{C}_5 = 252$
오른쪽 그림과 같이 정사각형에 1부터 10까지의 번호를 매기고 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$ $(a < b < c < d < e)$에 화분을 놓는 것을 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$로 나타내자.



(ⅰ) $a = 1$ 인 경우
$(1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7),\ (1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 9),$
$(1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 9),\ (1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 10),$
$(1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 9),\ (1,\ 4,\ 6,\ 7,\ 9)$의 6가지
(ⅱ) $a = 2$인 경우
$(2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 9)$의 1가지
(ⅰ), (ⅱ)에서 어느 두 개의 화분도 서로 이웃하지 않게 놓는 방법의 수는
$6 + 1 = 7$
이므로 그 확률은 $\dfrac{7}{252} = \dfrac{1}{36}$
따라서 $p = 36,\ q = 1$이므로 $p + q = 37$

220) **정답** $\frac{11}{42}$

[전략] 자연수 n이 10의 배수이려면 2와 5가 n인 소인수이어야 한다.

[풀이]

세 수의 곱이 10의 배수이려면 짝수와 5를 반드시 뽑아야 한다. 5와 짝수 2개를 뽑는 사건을 A, 5를 포함하여 홀수 1개와 짝수 1개를 뽑는 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{1}{14},\ \mathrm{P}(B)=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\cdot{}_4\mathrm{C}_1}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{4}{21}$$

A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{1}{14}+\frac{4}{21}=\frac{11}{42}$$

221) **정답** $\frac{5}{9}$

[전략] 여사건의 확률을 이용한다.

[풀이]

두 꼭짓점을 택할 때,

서로 다른 모서리 위의 두 점을 택하는 사건을 A라 하면 A^C는 같은 모서리 위의 두 점을 택하는 사건이다.

모서리의 개수가 16이므로 같은 모서리 위의 점을 택할 확률은

$$P(A^C)=\frac{16}{{}_9C_2}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$$

222) **정답** $\frac{7}{8}$

[전략] 자연수의 분할을 이용하여 눈의 수의 합이 $8, 16$인 경우의 수를 구한다.

[풀이]

세 눈의 수의 합이 8의 배수가 아닌 사건을 A라 하면 A^C는 세 눈의 수의 합이 8의 배수인 사건이다.

(ⅰ) 세 눈의 수의 합이 8인 경우

$$8=6+1+1=5+2+1$$
$$=4+3+1=4+2+2=3+3+2$$

이므로 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!}+3!+3!+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}=21$$

(ⅱ) 세 눈의 수의 합이 16인 경우

$16=6+6+4=6+5+5$

이므로 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}=6$

(ⅰ),(ⅱ)에서 $P(A^C)=\frac{21+6}{6^3}=\frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

223) **정답** $\frac{3}{8}$

$$\mathrm{P}(B^c)=1-\mathrm{P}(B)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

두 사건 $A,\ B$가 서로 배반사건이므로

$$A\cap B=\varnothing \qquad \therefore\ A\subset B^c$$

따라서 $A\cap B^c=A$ 이므로 $\mathrm{P}(A\cap B^c)=\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4}$

$$\therefore\ \mathrm{P}(A\mid B^c)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^c)}{\mathrm{P}(B^c)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{8}$$

224) **정답** ②

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^c)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$,

$\mathrm{P}(B^c\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^c)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{1}{2}$ 이므로

$$\mathrm{P}(A\cap B^c)=\frac{1}{2}\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$$

이때 $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap B^c)$ 이므로

$$\frac{3}{4}=\mathrm{P}(A\cap B)+\frac{3}{8}$$

$$\therefore\ \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{3}{8}$$

225) **정답** $\frac{5}{12}$

두 영화 A, B의 관람 여부를 표로 나타내면 다음과 같다.

(단위 : 명)

	여학생	남학생	합계
A를 관람한 학생	125	145	270
B를 관람한 학생	110	180	290
A, B를 모두 관람한 학생	35	25	60

임의로 뽑은 한 명이 두 영화 A, B를 모두 관람한 학생인 사건을 S, 남학생인 사건을 M이라 하면

$$\mathrm{P}(S)=\frac{60}{500}=\frac{3}{25},\ \mathrm{P}(M\cap S)=\frac{25}{500}=\frac{1}{20}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(M|S)=\frac{\mathrm{P}(M\cap S)}{\mathrm{P}(S)}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{25}}=\frac{5}{12}$$

[참고]

남학생 중에서 두 영화 A, B를 관람한 학생 수는 각각

$$270-125=145,\ 290-110=180$$

또 여학생은 200명, 남학생은 300명이므로 두 영화 A, B를 모두 관람한 여학생, 남학생 수는 각각

$$125+110-200=35,\ 145+180-300=25$$

226) **정답** 3

음악 동호회의 전체 회원 수는 $x+45$이고, 여자 회원을 뽑는 사건을 F, S노래를 선호하는 회원을 뽑는 사건을 S라 하면

$$\mathrm{P}(F)=\frac{x+15}{x+45},\ \mathrm{P}(S\cap F)=\frac{x}{x+45}$$

$$\therefore\ \mathrm{P}(S|F)=\frac{\mathrm{P}(S\cap F)}{\mathrm{P}(F)}=\frac{\frac{x}{x+45}}{\frac{x+15}{x+45}}=\frac{x}{x+15}$$

따라서 $\frac{x}{x+15}=\frac{1}{6}$이므로 $6x=x+15$

$$\therefore\ x=3$$

227) 정답 ②

용균이가 콩이 들어 있는 송편을 먹는 사건을 A, 미림이가 깨가 들어 있는 송편을 먹는 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5},\ \mathrm{P}(B|A)=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{1}{5}\cdot\frac{6}{7}=\frac{6}{35}$$

228) 정답 ④

첫 번째에 흰 공이 나오는 사건을 A, 두 번째에 빨간 공이 나오는 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n}{n+3},\ \mathrm{P}(B|A)=\frac{3}{n+2}$$

따라서 첫 번째는 흰 공, 두 번째는 빨간 공이 나올 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{n}{n+3}\cdot\frac{3}{n+2}$$

$$=\frac{3n}{(n+3)(n+2)}$$

즉 $\frac{3n}{(n+3)(n+2)}=\frac{1}{4}$ 이므로

$$(n+3)(n+2)=12n,\qquad n^2-7n+6=0$$

$$(n-1)(n-6)=0\qquad \therefore\ n=1 \text{ 또는 } n=6$$

따라서 모든 n의 값의 합은 7이다.

229) 정답 ②

암에 걸린 사람을 택하는 사건을 A, 의사가 암에 걸렸다고 진단하는 사건을 E라 하면 암에 걸리지 않은 사람을 택하는 사건은 A^c이므로

$$\mathrm{P}(A)=0.2,\ \mathrm{P}(A^c)=0.8,$$

$$\mathrm{P}(E|A)=0.9,\ \mathrm{P}(E|A^c)=0.05$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^c\cap E)$$

$$=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)+\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(E|A^c)$$

$$=0.2\times0.9+0.8\times0.05$$

$$=0.22$$

230) **정답** ②

A지역의 사람을 뽑는 사건을 A, B지역의 사람을 뽑는 사건을 B, 김씨인 사람을 뽑는 사건을 E라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{25}{40}=\frac{5}{8},\ \mathrm{P}(B)=\frac{15}{40}=\frac{3}{8},$$

$$\mathrm{P}(E|A)=\frac{1}{4},\ \mathrm{P}(E|B)=\frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(E)&=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(B\cap E)\\&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)+\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(E|B)\\&=\frac{5}{8}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{6}\\&=\frac{7}{32}\end{aligned}$$

[참고]

A지역의 사람과 B지역의 사람만을 대상으로 조사를 진행했으므로

$$B=A^c$$

231) **정답** $\frac{1}{3}$

양면이 모두 빨간색인 카드, 양면이 모두 검은색인 카드, 한 면은 빨간색이고 다른 면은 검은색인 카드를 꺼내는 사건을 각각 A, B, C, 바닥에 놓인 카드의 윗면이 빨간색인 사건을 E라 하면

$$\mathrm{P}(A\cap E)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)=\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}$$

$$\mathrm{P}(B\cap E)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(E|B)=\frac{1}{3}\cdot 0=0$$

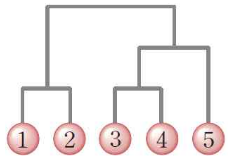
$$\mathrm{P}(C\cap E)=\mathrm{P}(C)\mathrm{P}(E|C)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \mathrm{P}(E)&=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(B\cap E)+\mathrm{P}(C\cap E)\\&=\frac{1}{3}+0+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(C|E)=\frac{\mathrm{P}(C\cap E)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$$

232) 정답 ④



오른쪽 그림과 같은 대진표에서 갑이 3 또는 4의 위치에 배정되는 사건을 A, 1 또는 2 또는 5의 위치에 배정되는 사건을 B, 갑이 우승하는 사건을 E라 하면

$$\mathrm{P}(A\cap E)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)=\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{20}$$

$$\mathrm{P}(B\cap E)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(E|B)=\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{20}$$

$$\therefore\ \mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(B\cap E)=\frac{1}{20}+\frac{3}{20}=\frac{1}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A|E)=\frac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{5}}=\frac{1}{4}$$

233) 정답 ⑤

$A=\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$, $B=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, $C=\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$이므로

$$A\cap B=\varnothing,\ B\cap C=\{2\},\ A\cap C=\{3, 5, 7, 11, 13\}$$

ㄱ. $A\cap B=\varnothing$이므로 A와 B는 서로 배반사건이다.

ㄴ. $\mathrm{P}(A)=\frac{8}{15}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(A\cap C)=\frac{1}{3}$ 이므로

$$\mathrm{P}(A\cap C)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)$$

따라서 A와 C는 서로 종속이다.

ㄷ. $\mathrm{P}(B)=\frac{7}{15}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(B\cap C)=\frac{1}{15}$ 이므로

$$\mathrm{P}(B\cap C)\neq\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$$

따라서 B와 C는 서로 종속이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

234) 정답 ⑤

ㄱ. $A=B^c$이면

$$A\cap B=B^c\cap B=\varnothing$$

따라서 A와 B는 서로 배반사건이다.

ㄴ. $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)\end{aligned}$$

ㄷ. 두 사건 A, B가 서로 독립이면

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$$

$$\therefore\ \{1-\mathrm{P}(A)\}\{1-\mathrm{P}(B)\}$$

$$=1-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\}$$

$$=1-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\}$$

$$=1-\mathrm{P}(A\cup B)$$

이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

235) **정답** ⑤

두 수의 합이 짝수이려면 두 수가 모두 짝수이거나 모두 홀수이어야 한다. 두 상자 A, B에서 짝수가 적힌 카드를 꺼내는 사건을 각각 A, B라 하면 A, B는 서로 독립이므로

(ⅰ) A, B에서 모두 짝수가 적힌 카드를 꺼낼 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$$

(ⅱ) A, B에서 모두 홀수가 적힌 카드를 꺼낼 확률은

$$\mathrm{P}(A^c\cap B^c)=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B^c)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{4}{25}+\frac{9}{25}=\frac{13}{25}$

236) **정답** ④

대한민국과 일본이 시합을 하려면 준결승 또는 결승에서 만나야 한다.

이때 대한민국을 제외한 나머지 6개의 나라를 4개, 2개의 두 조로 나누었을 때, 일본이 4개의 조에 배정되면 결승에서 만날 수 있고, 2개의 조에 배정되면 준결승에서 만날 수 있다.

(ⅰ) 준결승에서 만나 시합을 하게 될 확률은 $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

(ⅱ) 결승에서 만나 시합을 하게 될 확률은 $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

237) **정답** $\frac{80}{243}$

3의 배수의 눈이 x번, 그 외의 눈이 y번 나온다고 하면

$$x+y=5,\ 2x+y=6$$

두 식을 연립하여 풀면 $x=1,\ y=4$

따라서 3의 배수의 눈이 1번, 그 외의 눈이 4번 나오면 되므로 구하는 확률은 ${}_5\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{80}{243}$

[참고]

점 P가 처음 위치로 돌아오려면 6, 12, 18, $\cdots$ 만큼 움직여야 한다. 그런데 주사위를 5번 던지면 점 P는 최대 $2\cdot5=10$만큼 움직일 수 있으므로 점 P는 6만큼 움직인다.

238) **정답** 7

경품을 받을 확률이 $\frac{1}{10}$이므로 음료수를 3병 구입한 사람이 경품으로 1병의 음료수를 받을 확률은

$${}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{10}\right)^1\left(\frac{9}{10}\right)^2\cdot\frac{9}{10}=\frac{3\cdot9^3}{10^4}=\frac{3^7}{10^4}$$

따라서 $\frac{3^7}{10^4}=\frac{3^k}{10^4}$ 이므로 $k=7$

239) **정답** ④

졸업시험에 통과하려면 1차 시험에 통과하거나 2차 시험에 통과해야 하므로 한 학생이 졸업시험에 통과할 확률은

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$$

따라서 5명 중에서 3명이 졸업시험에 통과할 확률은

$${}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{16}$$

이므로 $p=16,\ q=5$

$$\therefore\ p+q=21$$

240) **정답** $\frac{11}{64}$

(ⅰ) 소수가 적힌 공을 꺼내고, 동전을 3번 던져서 3번 모두 앞면이 나올 확률은

$$\frac{3}{8}\cdot {}_{3}\mathrm{C}_{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{0}=\frac{3}{64}$$

(ⅱ) 짝수가 적힌 공을 꺼내고, 동전을 4번 던져서 앞면이 3번 나올 확률은

$$\frac{4}{8}\cdot {}_{4}\mathrm{C}_{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{1}=\frac{1}{8}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{3}{64}+\frac{1}{8}=\frac{11}{64}$

241) **정답** ③

점 P가 색칠한 부분을 지나려면 점 (3, 1) 또는 점 (3, 2)를 지나야 한다.

(ⅰ) 점 P가 점 (3, 1)을 지날 확률은

$${}_{4}\mathrm{C}_{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{1}=\frac{32}{81}$$

(ⅱ) 점 P가 점 (3, 2)을 지날 확률은

$${}_{5}\mathrm{C}_{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{2}=\frac{80}{243}$$

(ⅲ) 점 P가 두 점 (3, 1), (3, 2)를 모두 지날 확률은

$${}_{4}\mathrm{C}_{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{1}\cdot\frac{1}{3}=\frac{32}{243}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{32}{81}+\frac{80}{243}-\frac{32}{243}=\frac{16}{27}$$

242) **정답** $\frac{16}{17}$

[전략] 금속을 지닌 승객이 적발될 확률과 금속을 지니지 않은 승객이 적발될 확률을 각각 구한다.

[풀이]

금속을 지닌 승객을 조사하는 사건을 A, 금속을 지녔다고 적발하는 사건을 E라 하면 금속을 지니지 않은 승객을 조사하는 사건은 A^c이므로

$$\mathrm{P}(A\cap E)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)=\frac{40}{100}\cdot\frac{96}{100}=\frac{48}{125}$$

$$\mathrm{P}(A^c\cap E)=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(E|A^c)=\frac{60}{100}\cdot\frac{4}{100}=\frac{3}{125}$$

$$\therefore\ \mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^c\cap E)$$

$$=\frac{48}{125}+\frac{3}{125}=\frac{51}{125}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\mid E)=\frac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{48}{125}}{\frac{51}{125}}=\frac{16}{17}$$

243) **정답** ⑤

[전략] 두 사건 A, B에 대하여 $A\cap B=\varnothing$ 이면 A, B는 서로 배반사건이고, $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ 이면 A, B는 서로 독립이다.

[풀이]

ㄱ. $A_4=\{4,\ 8\}$, $A_6=\{6\}$ 이므로

$$A_4\cap A_6=\varnothing$$

따라서 A_4와 A_6은 서로 배반사건이다.

ㄴ. $A_2=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$, $A_5=\{5,\ 10\}$, $A_2\cap A_5=\{10\}$ 이므로

$$\mathrm{P}(A_2)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(A_5)=\frac{1}{5},\ \mathrm{P}(A_2\cap A_5)=\frac{1}{10}$$

$$\therefore\ \mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A_5)=\mathrm{P}(A_2\cap A_5)$$

따라서 A_2와 A_5는 서로 독립이다.

ㄷ. $A_n\subset A_m$ 이므로 $\quad A_m\cap A_n=A_n$

A_m과 A_n의 원소의 개수를 각각 a, b라 하면

$$\mathrm{P}(A_m)=\frac{a}{10},\ \mathrm{P}(A_n)=\frac{b}{10},$$

$$\mathrm{P}(A_m\cap A_n)=\mathrm{P}(A_n)=\frac{b}{10}$$

따라서 $\mathrm{P}(A_m)\mathrm{P}(A_n)=\dfrac{ab}{100}$ 이므로

$$\mathrm{P}(A_m)\mathrm{P}(A_n)\neq\mathrm{P}(A_m\cap A_n)\ (\because\ a\neq 10)$$

즉 A_m과 A_n은 서로 종속이다.

이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

244) **정답** $\dfrac{4}{9}$

[전략] 두 사건 A, B가 서로 독립이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ 이다.

[풀이]

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$$\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{9}$$

$A^c\cap B^c=(A\cup B)^c$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^c\cap B^c)&=\mathrm{P}((A\cup B)^c)=1-\mathrm{P}(A\cup B)\\&=1-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\}\\&=\frac{10}{9}-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)\}\end{aligned}$$

따라서 $\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$가 최소일 때 $\mathrm{P}(A^c\cap B^c)$는 최대이다.

$\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)&\geq 2\sqrt{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)}\\&=2\cdot\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{2}{3}\end{aligned}$$

$\left(\text{단, 등호는 } \mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3} \text{ 일 때 성립}\right)$

즉, $\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$의 최솟값이 $\frac{2}{3}$이므로 $\mathrm{P}(A^c\cap B^c)$의 최댓값은

$$\frac{10}{9}-\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$$

245) **정답** ②

[전략] 두 사건 A, B가 서로 독립이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이다.

[풀이]

원 C, C_1, C_2의 넓이는 각각 64π, 4π, 16π이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{(\text{원 } C_1\text{의 넓이})}{(\text{원 } C\text{의 넓이})}=\frac{4\pi}{64\pi}=\frac{1}{16}$$

$$\mathrm{P}(B)=\frac{(\text{원 } C_2\text{의 넓이})}{(\text{원 } C\text{의 넓이})}=\frac{16\pi}{64\pi}=\frac{1}{4}$$

이때 두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{64}$$

따라서 두 원 C_1, C_2의 공통부분의 넓이는

$$64\pi\cdot\frac{1}{64}=\pi$$

246) **정답** $\frac{2}{9}$

[전략] $f(n_1)+f(n_2)=0$ **을 만족시키는 순서쌍** $(f(n_1),\ f(n_2))$ **를 구한다.**

[풀이]

$f(1)=f(5)=-i,\ f(2)=f(6)=-1,\ f(3)=i,\ f(4)=1$ 이므로 $f(n_1)+f(n_2)=0$ 을 만족시키는 순서쌍 $(f(n_1),\ f(n_2))$ 는

$$(-i,\ i),\ (i,\ -i),\ (-1,\ 1),\ (1,\ -1)$$

(ⅰ) $f(n_1)=-i,\ f(n_2)=i$ 일 확률은 $\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$

(ⅱ) $f(n_1)=i,\ f(n_2)=-i$ 일 확률은 $\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}=\frac{1}{18}$

(ⅲ) $f(n_1)=-1,\ f(n_2)=1$ 일 확률은 $\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$

(ⅳ) $f(n_1)=1,\ f(n_2)=-1$ 일 확률은 $\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{18}+\frac{1}{18}+\frac{1}{18}+\frac{1}{18}=\frac{2}{9}$$

247) **정답** 0

[전략] 독립시행의 확률을 이용하여 $\mathrm{P}(k)$ **를 구한 다음 이항정리를 이용한다.**

[풀이]

주사위를 한 번 던질 때, 6의 약수가 나올 확률이 $\frac{2}{3}$ 이므로

$$\mathrm{P}(k)={}_{60}\mathrm{C}_k\left(\frac{2}{3}\right)^k\left(\frac{1}{3}\right)^{60-k}\quad (k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 60)$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{30}\{\mathrm{P}(2k-1)-\mathrm{P}(2k)\}$$

$$=\{\mathrm{P}(1)-\mathrm{P}(2)\}+\{\mathrm{P}(3)-\mathrm{P}(4)\}+\cdots+\{\mathrm{P}(59)-\mathrm{P}(60)\}$$

$$=\left\{{}_{60}\mathrm{C}_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^{59}-{}_{60}\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^{58}\right\}$$

$$+\left\{{}_{60}\mathrm{C}_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^{57}-{}_{60}\mathrm{C}_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^{56}\right\}$$

$$+\ \cdots\ +\left\{{}_{60}\mathrm{C}_{59}\left(\frac{2}{3}\right)^{59}\left(\frac{1}{3}\right)^1-{}_{60}\mathrm{C}_{60}\left(\frac{2}{3}\right)^{60}\left(\frac{1}{3}\right)^0\right\}$$

$$={}_{60}\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^{60}-\left\{{}_{60}\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^{60}-{}_{60}\mathrm{C}_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^{59}\right.$$

$$+{}_{60}\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^{58}-\cdots+{}_{60}\mathrm{C}_{60}\left(\frac{2}{3}\right)^{60}\left(\frac{1}{3}\right)^{0}\right\}$$

$$=\left(\frac{1}{3}\right)^{60}-\sum_{k=0}^{60}{}_{60}\mathrm{C}_k\left(\frac{2}{3}\right)^k\left(-\frac{1}{3}\right)^{60-k}$$

$$=\left(\frac{1}{30}\right)^{60}-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)^{60}$$

$$=\left(\frac{1}{3}\right)^{60}-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}=0$$

248) **정답** ④

[전략] 점 P의 좌표가 2에서 시행을 멈췄을 때 마지막 시행에서 화살표가 END를 가리킬 조건부확률을 독립시행의 확률을 이용하여 구한다.

[풀이]

점 P의 좌표가 2일 때 시행을 멈추는 경우의 확률은 다음과 같다.

(ⅰ) 첫 번째와 두 번째는 1을 가리키고, 세 번째는 END를 가리킬 확률은

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$$

(ⅱ) 세 번째까지는 1을 2번, 0을 1번 가리키고 네 번째에 END를 가리킬 확률은

$${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{48}$$

(ⅲ) 1을 3번, -1을 1번 가리킬 확률은

$${}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{12}$$

(ⅳ) 1을 2번, 0을 2번 가리킬 확률은

$${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{24}$$

이상에서 모든 시행이 끝났을 때 점 P의 좌표가 2인 사건을 A, 마지막 시행에서 화살표가 END를 가리키는 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{24}+\frac{1}{48}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{9}{48}$$

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{24}+\frac{1}{48}=\frac{1}{16}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{9}{48}}=\frac{1}{3}$$

249) **정답** $\frac{1}{8}$

[전략] $\mathrm{P}(B|A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}$ **임을 이용하여 조건부확률을 구한다.**

[풀이]

각 과목을 4시간씩 나누는 방법은 다음과 같다.

수학, 영어, 국어, 사회

또는 수학, 영어, 국어, 과학

또는 수학, 영어, 사회, 과학

같은 요일에 같은 과목을 2시간 이상 배치하지 않는 사건을 A, 1교시에 수학 또는 영어를 배치하는 사건을 B라 하면 사건 A의 경우의 수는 $n(A)=3!\cdot4!\cdot4!\cdot4!$

또 사건 $A\cap B$의 경우의 수는

$$\begin{aligned}n(A\cap B)&=3!\cdot({}_2\mathrm{C}_1\cdot3!)\cdot({}_2\mathrm{C}_1\cdot3!)\cdot({}_2\mathrm{C}_1\cdot3!)\\&=8\cdot3!\cdot3!\cdot3!\cdot3!\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{8\cdot3!\cdot3!\cdot3!\cdot3!}{3!\cdot4!\cdot4!\cdot4!}=\frac{1}{8}$$

250) **정답** 238

[전략] $\mathrm{P}(A|E)=\frac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^{\mathrm{C}}\cap E)}$ **임을 이용한다.**

[풀이]

A주머니에서 흰 공을 꺼내는 사건을 A, B주머니에서 흰 공을 꺼내는 사건을 E라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{7},\ \mathrm{P}(A^c)=\frac{5}{7},$$

$$\mathrm{P}(E|A)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(E|A^c)=\frac{3}{8}$$

$$\therefore\ \mathrm{P}(A\cap E)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)=\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{7}$$

$$\mathrm{P}(A^c\cap E)=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(E|A^c)=\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{8}=\frac{15}{56}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \mathrm{P}(E)&=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^c\cap E)\\&=\frac{1}{7}+\frac{15}{56}=\frac{23}{56}\end{aligned}$$

따라서 확률은

$$\mathrm{P}(A\mid E)=\frac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{1}{7}}{\frac{23}{56}}=\frac{8}{23}$$

즉, $p=23$, $q=8$이므로 $10p+q=10\cdot 23+8=238$

251) **정답** $\frac{5}{16}$

[전략] 두 사건 A, B가 서로 독립이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이다.

[풀이]

스위치 P, Q, S를 통하여 전류가 흐르는 사건을 A, 스위치 R, S를 통하여 전류가 흐르는 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8},\ \mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4},$$

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-\frac{1}{16}=\frac{5}{16}\end{aligned}$$

252) **정답** $\frac{11}{16}$

[전략] A가 먼저 5번을 이기는 경우를 나누어 본다.

[풀이]

(ⅰ) 7번째 게임에서 A가 상금을 모두 가지는 경우

A가 6번째 게임과 7번째 게임에서 모두 이겨야 하므로 확률은

$${}_2\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{4}$$

(ⅱ) 8번째 게임에서 A가 상금을 모두 가지는 경우

A가 6번째 게임과 7번째 게임 중에서 1번 이기고 8번째 게임에서 이겨야 하므로 확률은

$${}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

(ⅲ) 9번째 게임에서 A가 상금을 모두 가지는 경우

A가 6번째 게임, 7번째 게임, 8번째 게임 중에서 1번 이기고 9번째 게임에서 이겨야 하므로 확률은

$${}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$$

이상에서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{16}=\frac{11}{16}$

253) ④

당첨 제비가 하나도 뽑히지 않을 확률은 $\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}$이므로

적어도 한 개의 당첨제비가 뽑힐 확률은

$1-\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}=1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$

254) ⑤

$\frac{2}{6}\times\frac{1}{2}+\frac{4}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{4}$

255) ②

A또는 B가 반장으로 뽑히는 사건을 E, C가 부반장으로 뽑히는 사건을 F라고 하면
구하는 확률은 $\mathrm{P}(F|E)$이다.

$\mathrm{P}(E)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$\mathrm{P}(E\cap F)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

$\therefore\ \mathrm{P}(F|E)=\frac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$

256) ③

각 행에서 하나씩 택하여 곱하는 경우의 수는

(가지)

택한 수의 곱이 3으로 나누었을 때, 나머지가 1이 되는 경우는 택한 세 수의 지수의 합이 짝수일 때이다. 1행, 2행, 3행에서 택한 수의 지수를 순서쌍으로 나타내어 지수의 합이 짝수인 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) (짝수, 짝수, 짝수) $1\times2\times1=2$ (가지)

(ⅱ) (짝수, 홀수, 홀수) $1\times1\times2=2$ (가지)

(ⅲ) (홀수, 짝수, 홀수) $2\times2\times2=8$ (가지)

(ⅲ) (홀수, 홀수, 짝수) $2\times1\times1=2$ (가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{2+2+8+2}{27}=\frac{14}{27}$

257) ③

국사를 선택할 사건을 A, 세계사를 선택할 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{22}{35}$, $P(B)=\frac{17}{35}$, $P((A\cup B)^c)=\frac{4}{35}$

이 때, $P(A\cup B)=1-P((A\cup B)^c)$이므로

$P(A\cup B)=1-\frac{4}{35}=\frac{31}{35}$

$$\begin{aligned}\therefore P(A\cap B)&=P(A)+P(B)-P(A\cup B)\\&=\frac{22}{35}+\frac{17}{35}-\frac{31}{35}\\&=\frac{8}{35}\end{aligned}$$

258) ④

$$\begin{aligned}y&=-x^2+5x-\frac{3}{4}\\&=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{11}{2}\end{aligned}$$

이므로 $m=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$일 때 만난다.

$\therefore\ p=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

259) 정답 ⑤

$\mathrm{B}(n,\ p)$에서 $\mathrm{E}(X)=np,\ \mathrm{V}(X)=np(1-p)$,

$\sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}$

$\therefore\ \mathrm{E}(2X-5)=2\mathrm{E}(X)-5=2np-5=175$

$\therefore\ np=90$ ⋯⋯ ㉠

$\sigma(2X-5)=2\sigma(X)=2\sqrt{np(1-p)}=12$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $p=\dfrac{3}{5}$

$\therefore\ n=150$

[다른 풀이]
$\mathrm{E}(2X-5)=175$에서

$2\mathrm{E}(X)-5=175,\ 2\mathrm{E}(X)=180$

$\therefore\ \mathrm{E}(X)=90$

$\mathrm{V}(2x-5)=12^2$에서 $4\mathrm{V}(X)=144$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=36$

이때, 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르므로

$np=90,\ np(1-p)=36$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $p=\dfrac{3}{5},\ n=150$

260) 답 12
확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(20,\ \dfrac{1}{6}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=20\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{10}{3}$

$\mathrm{V}(X)=20\times\dfrac{1}{6}\times\dfrac{5}{6}=\dfrac{25}{9}$ ⋯⋯ ㉠

확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \dfrac{1}{2}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(Y)=\frac{n}{2}$, $\mathrm{V}(Y)=\frac{n}{4}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{n}{4} \geq \frac{25}{9}$ $\therefore n \geq \frac{100}{9}=11.\cdots$

따라서, n의 최소값은 12이다.

261) 답 ①

이항분포 $\mathrm{B}\left(100, \frac{1}{5}\right)$을 따르는 확률변수 X의 표준편차는

$$\sigma(X)=\sqrt{100\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}}=\frac{20}{5}=4$$

$\therefore \sigma(3X-4)=3\sigma(X)=12$

262) ④

직선 $y=ax$와 곡선 $y=x^2-2x+4$가 서로 다른 두 점에서 만나려면 이차방정식 $x^2-2x+4=ax$ 즉, $x^2-(a+2)x+4=0$ 의 판별식 D가 0보다 커야 한다.

$$D=(a+2)^2-16=a^2+4a-12$$
$$=(a+6)(a-2)>0$$
$$\therefore a>2 \ (\because a+6>0)$$
$$\therefore a=3,4,5,6$$

따라서 사건 A가 일어날 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(300, \frac{2}{3}\right)$을 따른다.

$$\therefore E(X)=300\times\frac{2}{3}=200$$

263) 정답 ①

추가된 부품 중 S의 개수를 x라고 하면 $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$P(x=0)={}_2C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

$P(x=1)={}_2C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$

$P(x=2)={}_2C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T인 사건을 A라 하고 추가된 부품이 모두 S인 사건을 B라고 하면 구하고자 하는 확률을 $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{4}\times\frac{2}{7}}{\frac{1}{4}\times\frac{4}{7}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{7}}=\frac{1}{6}$

264) 정답: 50

$P(X=r)={}_nC_rp^rq^{n-r}$ (단, $q=1-p$)이므로

$P(X=4)=\frac{1}{3}P(X=5)$

$\therefore {}_{10}C_4p^4q^6=\frac{1}{3}\times{}_{10}C_5p^5q^5$을 정리하면 $p=\frac{5}{7}$

$\therefore B(10,\frac{5}{7})$에서 $E(7X)=7E(X)=7\times\frac{50}{7}=50$

265) [정답] ③

두 주사위의 눈의 수의 차가 3보다 크거나 같은 경우는 모두 12가지이므로 1번의 시행에서 A가 점수를 얻을 확률은 $\frac{24}{36}=\frac{2}{3}$ 이고 B가 점수를 얻을 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

따라서 15회 시행에서 A가 얻는 점수의 합을 확률변수 X라고 하면 X는 이항분포 $B\left(15,\frac{2}{3}\right)$를 따른다.

$\therefore\ E(X)=15\times\frac{2}{3}=10$

한편 15회 시행에서 B가 얻는 점수의 합을

확률변수 Y라고 하면 Y는 이항분포 $B\left(15,\frac{1}{3}\right)$를 따르므로

$E(Y)=15\times\frac{1}{3}=5$

따라서 두 기댓값의 차는 5이다.

266) ⑤

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(6, \frac{2}{3}\right)$를 따르므로

분산 $\mathrm{V}(X)$를 구하면

$\mathrm{V}(X)=6\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}$

$\therefore\ \mathrm{V}(-3X+2)=(-3)^2\mathrm{V}(X)=9\times\frac{4}{3}=12$

267) 정답 ⑤

(확률의 총합)$=1$이므로

$\frac{1}{4}+a+2a=1$

$\therefore\ 3a=\frac{3}{4}$

$\therefore\ a=\frac{1}{4}$

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{2}{4}=\frac{5}{4}$

$$\begin{aligned}\therefore\ \mathrm{E}(4X+10)&=4\mathrm{E}(X)+10\\&=4\times\frac{5}{4}+10\\&=15\end{aligned}$$

268)[정답] ⑤

$P(0\le X\le 2)=\frac{7}{8}$ 이므로

$P(X=-1)=\frac{3-a}{8}=\frac{1}{8}$

$\therefore\ a=2$

$E(X)=-1\times\frac{1}{8}+0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{5}{8}+2\times\frac{1}{8}=\frac{3}{4}$

269)[정답] 30

두 개의 동전이 모두 앞면이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

이므로 확률변수 X는 이항분포 $B\left(10,\ \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

이때, $V(X)=10\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{15}{8}$이므로

$V(4X+1)=16V(X)=30$

270)[정답] ①

[해설] $P(X=-1)+P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=1$ 에서

$\frac{-a+2}{10}+\frac{2}{10}+\frac{a+2}{10}+\frac{2a+2}{10}=1$

$\frac{2a+8}{10}=1 \qquad \therefore a=1$

$E(X)=-1\times\frac{1}{10}+0\times\frac{2}{10}+1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{4}{10}=1$

$E(X^2)=(-1)^2\times\frac{1}{10}+0^2\times\frac{2}{10}+1^2\times\frac{3}{10}+2^2\times\frac{4}{10}=2$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=1$

$\therefore V(3X+2)=3^2\cdot V(X)=9$

271) 정답 ③

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=0\cdot\frac{2}{7}+1\cdot\frac{3}{7}+2\cdot\frac{2}{7}=1$

$\mathrm{V}(\mathrm{X})=\left(0^2\cdot\frac{2}{7}+1^2\cdot\frac{3}{7}+2^2\cdot\frac{2}{7}\right)-1^2=\frac{4}{7}$

$\therefore\ \mathrm{V}(7X)=7^2\mathrm{V}(X)=49\times\frac{4}{7}=28$

272) 정답 ④

한 모둠에서 남학생만 2명이 선택될 확률을 구해 보면

$\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{10}$

모두 10개의 모둠이 있으므로

X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10,\ \frac{3}{10}\right)$을 따른다.

$\therefore\ \mathrm{E}(X)=10\cdot\frac{3}{10}=3$

273) 답 47

사건 E가 일어나는 경우의 수는

$m=1$일 때, $n^2\le 24$에서 $n=1,\ 2,\ 3,\ 4$의 4가지

$m=2$일 때, $n^2\le 21$에서 $n=1,\ 2,\ 3,\ 4$의 4가지

$m=3$일 때, $n^2\le 16$에서 $n=1,\ 2,\ 3,\ 4$의 4가지

$m=4$일 때, $n^2\le 9$에서 $n=1,\ 2,\ 3$의 3가지

$\therefore\ \mathrm{P}(E)=\frac{4+4+4+3}{36}=\frac{5}{12}$

따라서, 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(12,\ \frac{5}{12}\right)$를 따르므로 $V(X)=12\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{7}{12}=\frac{35}{12}$

$\therefore\ p+q=12+35=47$

274) 답 ②

(i) (앞, 뒤, 앞) 또는 (뒤, 앞, 뒤)가 나올 확률은

$P(X=0)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ii) (앞, 앞, 뒤) 또는 (앞, 뒤, 뒤) 또는 (뒤, 뒤, 앞)
또는 (뒤, 앞, 앞)이 나올 확률은

$P(X=1)=4\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

(iii) (앞, 앞, 앞) 또는 (뒤, 뒤, 뒤)가 나올 확률은

$P(X=3)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

이 때, $E(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$이므로

$V(X)=E(X^2)-\{(E(X)\}^2$

$=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}+3^2\times\frac{1}{4}-\left(\frac{5}{4}\right)^2$

$=\frac{11}{4}-\frac{25}{16}=\frac{19}{16}$

275) 답 ④

$\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=2)=1$이므로

확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	2	계
$\mathrm{P}(X)$	a	b	1

$E(X)=2b$이고 $E(X^2)=2^2b=4b$ 이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=4b-4b^2$

따라서 $\{E(X)\}^2=2V(X)$ 에서

$4b^2=2\times(4b-4b^2)$, $b=2-2b$

$\therefore\ P(X=2)=b=\frac{2}{3}$

276) 답 14

확률의 합은 1이므로 $\frac{4}{7}+a+b=1$ …… ㉠

$\frac{4}{7}$, a, b가 이 순서로 등비수열을 이루므로

$a^2=\frac{4}{7}b$ …… ㉡

$E(X)=k\frac{4}{7}+2ka+4kb$

$=\frac{k}{7}(4+14a+28b)=24$ …… ㉢

㉠, ㉡을 연립하면 $a=\frac{2}{7},\ b=\frac{1}{7}$ ($\because\ a>0$)

이것을 ㉢에 대입하면 $k=14$

277) 답 ②

이산확률변수 X의 확률질량함수가

$\mathrm{P}(X=x)=\frac{x}{15}$ $(x=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$이므로

확률분포는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	1

이 때,

$\therefore\ \mathrm{E}(\mathrm{X})=\frac{1}{15}+\frac{4}{15}+\frac{9}{15}+\frac{16}{15}+\frac{25}{15}=\frac{11}{3}$

한편,

$g(t)=\sum_{x=1}^{5}\mathrm{P}(X=x)\cdot t^x$

$=\frac{1}{15}(t+2t^2+3t^3+4t^4+5t^5)$

$g'(t)=\frac{1}{15}(1+4t+9t^2+16t^3+25t^4)$

$g'(1)=\frac{1}{15}(1+4+9+16+25)=\frac{11}{3}$

$\therefore\ \mathrm{E}(2X)-g'(1)=2\mathrm{E}(X)-g'(1)=\frac{11}{3}$

278) 답 105
[확률분포]

$$E(X) = \frac{0+3+6+6}{10} = \frac{3}{2}$$

$$V(X) = \frac{0+1^2\times3+2^2\times3+3^2\times2}{10} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{21}{20}$$

$$V(Y) = V(10X+5) = 10^2\,V(X) = \frac{100\times21}{20} = 105$$

279) 답 ③
전체 확률의 합은 1이므로

$3c+3\times2c+2\times5c^2=1$ 에서 $c=\frac{1}{10}$

$$\therefore \therefore\ P(X=x) = \begin{cases} \frac{1}{10} & (x=0,\ 1,\ 2) \\ \frac{1}{5} & (x=3,\ 4,\ 5) \\ \frac{1}{20} & (x=6,\ 7) \end{cases}$$

$P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}=\frac{14}{20}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{20}+\frac{1}{20}=\frac{1}{10}$

따라서 $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{1}{7}$

280) 답 330
[표본평균의 확률분포]

X	$\overline{X}$	$P(\overline{X})$
1, 1	1	0.5×0.5
1, 2	1.5	0.5×0.3
1, 3	2	0.5×0.2
2, 1	1.5	0.3×0.5
2, 2	2	0.3×0.3
2, 3	2.5	0.3×0.2
3, 1	2	0.2×0.5
3, 2	2.5	0.2×0.3
3, 3	3	0.2×0.2

$\therefore\ a=2,\ b=3$

$c=0.5\times0.3+0.3\times0.5=0.3$

$d=0.5\times0.2+0.3\times0.3+0.2\times0.5=0.29$

$\therefore\ 100(b+c)=100\times3.3=330$

281) 정답 ②

자료 A, B, C는 각각

A : 1, 2, 3, $\cdots$, 50

B : 51, 52, 53, $\cdots$, 100

C : 2, 4, 6, $\cdots$, 100이므로

자료 A, B, C의 분포에 해당하는 확률변수를 각각 X, Y, Z라 하면 $Y=X+50$, $Z=2X$의 관계가 성립한다.

따라서, X, Y, Z의 표준편차 $\sigma(X)$, $\sigma(Y)$, $\sigma(Z)$를 각각 a, b, c라 하면

$b=\sigma(Y)=\sigma(X+50)=\sigma(X)=a$

$c=\sigma(Z)=\sigma(2X)=|2|\sigma(X)=2a$

$\therefore\ a=b<c$

282) 정답 ③

X	0	1	2	3	합
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{2}{6}+2\times\frac{2}{6}+3\times\frac{1}{6}=\frac{3}{2}$

283) 정답 ②

학생의 시험 점수를 확률변수 X라 하면

X는 정규분포 $\mathrm{N}(500,\ 25^2)$을 따르므로

$\mathrm{P}(475 \le X \le 550)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{475-500}{25} \le Z \le \frac{550-500}{25}\right)$

$=\mathrm{P}(-1 \le Z \le 2)=\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

$=0.3413+0.4772=0.8185$

284) 정답 51

표본평균을 $\overline{X}$라고 하면 모평균에 대한 신뢰도 95%의

신뢰구간은

$\left[\overline{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]=[100.4,\ 139.6]$이므로

$\overline{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=100.4$ …… ㉠

$\overline{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=139.6$ …… ㉡

㉠+㉡을 하면 $2\overline{X}=240$ $\quad\therefore\ \overline{X}=120$

$\overline{X}=120$을 ㉡에 대입하면 $1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=19.6$

$\therefore\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}=10$

따라서, 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$\left[\overline{X}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{X}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

$[120-2.58\times10,\ 120+2.58\times10]=[94.2,\ 145.8]$

따라서, 신뢰도 99%의 신뢰구간에 속하는 자연수는 95, 96, …, 145이므로 모두 51개다.

285) 정답 98
모니터의 수명을 X라 하면

$n=100$, 표본표준편차 $s=500$

신뢰도 95%로 추정하면 $\mathrm{P}(|Z|\leq 1.96)=0.95$이므로

$k=1.96$

신뢰구간은 구하면

$$\left[\overline{x}-k\frac{s}{\sqrt{n}},\ \overline{x}+k\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

$$=\left[\overline{x}-1.96\frac{500}{\sqrt{100}},\ \overline{x}+1.96\frac{500}{\sqrt{100}}\right]$$

$$=[\overline{x}-98,\ \overline{x}+98]$$

$\therefore\ c=1.96\times 50=98$

286) 정답 ④
(가)에서 $\mathrm{P}(X\geq 64)=\mathrm{P}(X\leq 56)$이므로

$m=\dfrac{64+56}{2}=60$

이때, $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$이므로

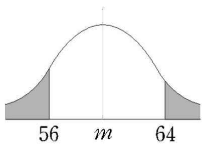
$\mathrm{V}(X)=3616-60^2=16\quad \therefore\ \sigma(X)=4$

$$\therefore\ \mathrm{P}(X\leq 68)=\mathrm{P}\left(Z\leq\frac{68-60}{4}\right)=\mathrm{P}(Z\leq 2)$$

$$=0.5+\mathrm{P}(0\leq Z\leq 2)=0.5+0.4772$$

$(\because \mathrm{P}(0\leq Z\leq 2)=\mathrm{P}(m\leq X\leq m+2\sigma))=0.9772$

[다른 풀이]
(가)조건에서



그래프의 대칭의 중심은 60이므로 $m=60$

(나)조건에서

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=6^2+60^2=3616$

$\therefore\ \sigma^2=16,\ \sigma=4$

$\mathrm{P}(X\le 68)=\mathrm{P}(X\le m+2\sigma)$

$=0.5+\mathrm{P}(0\le X\le m+2\sigma)=0.9772$

287) 정답 ③
음료수 한 병에 들어간 칼슘 함유량을 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따른다.
크기가 16인 표본의 평균은 $\overline{X}=12.34$
따라서 신뢰도 95%로 모평균을 추정하면

$12.34-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{16}}\le m\le 12.34+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{16}}$ 인데

$11.36\le m\le a$이므로

$1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{16}}=12.34-11.36$

$\therefore\ \sigma=2$이고 $a=12.34+1.96\dfrac{2}{4}=13.32$

$\therefore\ a+\sigma=13.32+2=15.32$

288) 정답 ①
X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따른다.
$\mathrm{P}(m\le X\le a)=\mathrm{P}\left(0\le Z\le \dfrac{a-m}{4}\right)=0.3413$에서 표준정규분포표를 이용하면

$\dfrac{a-m}{4}=1$

$\therefore\ a=m+4\ \cdots\cdots$ ㉠
크기가 16인 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 1^2)$을 따르므로
$\mathrm{P}(\overline{X}\ge a-2)$

$=\mathrm{P}\left(Z \geq \dfrac{a-2-m}{1}\right)$

$=\mathrm{P}(Z \geq 2)$ ($\because$ ㉠에서)

$=0.5-0.4772$

$=0.0228$

289)[정답] ②

[해설]

집에서 시장까지의 거리를 확률변수 X라 하면

X는 정규분포 $N(1740,\ 500^2)$을 따른다.

따라서, $\mathrm{P}(X \geq 2000)$

$=\mathrm{P}\left(Z \geq \dfrac{2000-1740}{500}\right)$

$=\mathrm{P}(Z \geq 0.52)=0.3$

여기에서 집에서 시장까지의 거리와 자가용 이용에 관한 표를 만들면

	자가용 이용	자가용 이용 안 함	계
$2000m$ 미만	0.05×0.7	0.95×0.7	0.7
$2000m$ 이상	0.15×0.3	0.85×0.3	0.3
계			1

따라서, $\dfrac{0.05\times0.7}{0.05\times0.7+0.15\times0.3}=\dfrac{35}{80}=\dfrac{7}{16}$

290)[정답] ②

공용 자전거의 1회 이용 시간을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $N(60, 10^2)$을 따른다.

따라서 25회 이용 시간의 평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(60, \dfrac{10^2}{25}\right)$ 즉, $N(60, 2^2)$을 따른다.

$\therefore P(25\overline{X} \geq 1450)=P(\overline{X} \geq 58)$

$=P\left(Z \geq \dfrac{58-60}{2}\right)=P(Z \geq -1)$

$=0.5+P(0 \leq Z \leq 1)$

$=0.5+0.3413=0.8413$

291)[정답] ③
[해설]
근무 기간이 16개월인 직원의 하루 생산량을 X라 하면
$X \sim Z\left(16a+100,\ 12^2\right)$
$P(X \leqq 84) = P\left(Z \leqq \frac{-16a-16}{12}\right) = 0.0228$이고
$P(0 \leqq Z \leqq 2) = 0.4772$이므로
$\frac{-16a-16}{12} = -2 \ \ \therefore \ a = \frac{1}{2}$
근무 기간이 36개월인 직원의 하루 생산량을 Y라 하면
$Y \sim N\left(118,\ 12^2\right)$
$P(100 \leqq Y \leqq 142) = P(-1.5 \leqq Z \leqq 2) = 0.9104$

292) 정답 ①
문제의 조건에 의해 확률변수 $\overline{X}$는 정규분포

$\mathrm{N}\left(50,\ \frac{2^2}{9}\right)$, 즉 $\mathrm{N}\left(50,\ \left(\frac{2}{3}\right)^2\right)$을 따르므로

$\mathrm{P}(49 \leq \overline{X} \leq 51) = \mathrm{P}\left(\frac{49-50}{\frac{2}{3}} \leq Z \leq \frac{51-50}{\frac{2}{3}}\right)$

$= \mathrm{P}\left(-\frac{3}{2} \leq Z \leq \frac{3}{2}\right) = \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.5)$

$= 2 \times 0.4332 = 0.8664$

293) 정답 ⑤
동물 A의 이 부위의 길이를 확률변수 X, 동물 B의 이 부위의 길이를 확률변수 Y라 하자.
동물 A의 화석을 동물 A의 화석으로 판단할 확률은

$\mathrm{P}(X < d) = \mathrm{P}\left(Z < \frac{d-10}{0.4}\right)$ …… ㉠

동물 B의 화석을 동물 B의 화석으로 판단할 확률은

$\mathrm{P}(Y \geq d) = \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{d-12}{0.6}\right)$ …… ㉡

㉠, ㉡이 같아야 하므로 $\frac{d-10}{0.4}+\frac{d-12}{0.6}=0$

$\frac{d-10}{0.4}=-\frac{d-12}{0.6}$, $0.6d-6=-0.4d+4.8$

$\therefore\ d=10.8$

294) 답 ③

$P(|X|\le a)=P\left(\left|\frac{X-0}{\sigma}\right|\le\frac{a-0}{\sigma}\right)=P\left(|Z|\le\frac{a}{\sigma}\right)$

$P(|Y|\le B)=P\left(\left|\frac{Y-0}{\frac{\sigma}{2}}\right|\le\frac{b-0}{\frac{\sigma}{2}}\right)=P\left(|Z|\le\frac{2b}{\sigma}\right)$

이므로 $P(|X|\le a)=P(|Y|\le b)$이면 $a=2b$이다.

ㄱ. $a=2b$이고 $a>0$, $b>0$이므로 $a>b$ (참)

ㄴ. $P\left(Y>\frac{a}{2}\right)=P\left(\frac{Y-0}{\frac{\sigma}{2}}>\frac{b-0}{\frac{\sigma}{2}}\right)=P\left(Z>\frac{2b}{\sigma}\right)$ (참)

ㄷ. $P(Y>b)=1-P(Y\le b)=0.3$이므로

$P(|Y|\le b)=1-P(|Y|>b)=1-2P(Y>b)$

$=1-2\times0.3=0.4$

$\therefore\ P(|X|\le a)=P(|Y|\le b)=0.4$ (거짓)

295) 답 ④

$E(\overline{X})=E(X)=18$ 이므로

$E(X)=10\cdot\frac{1}{2}+20a+30\left(\frac{1}{2}-a\right)=20-10a=18$

$\therefore\ a=\frac{1}{5}$

크기가 2인 표본을 복원추출할 때, $\overline{X}=20$ 인 경우는 10과 30, 20과 20, 30과 10을 추출하는 경우이므로

$\mathrm{P}(\overline{X}=20)$

$=\mathrm{P}(X=10)\cdot\mathrm{P}(X=30)+\mathrm{P}(X=20)\cdot\mathrm{P}(X=20)$

$\quad+\mathrm{P}(X=30)\cdot\mathrm{P}(X=10)$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{10}+\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{10}\cdot\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{3}{20}+\dfrac{1}{25}+\dfrac{3}{20}=\dfrac{17}{50}$

296)[정답] 157
[해설]

n이 충분히 큰 경우 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $N\left(p,\ \dfrac{p(1-p)}{n}\right)$를 따른다.

$P\left(\left|\hat{p}-p\right|\leq 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)=0.9544$이므로

$\therefore\ \dfrac{2}{\sqrt{n}}=0.16,\ \ \sqrt{n}=\dfrac{2}{0.16}=\dfrac{25}{2}$

$n=\dfrac{625}{4}=156.\times\times\times$

따라서 n은 157 이상이어야 한다.

297) 답 288

모집단에서 임의로 100명을 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\dfrac{1}{10}-c,\ \dfrac{1}{10}+c\right]$이므로

$$c=1.96\times\sqrt{\dfrac{\dfrac{1}{10}\times\dfrac{9}{10}}{100}}=1.96\times\dfrac{3}{100}$$ 이다.

또, 모집단에서 임의로 n명을 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\dfrac{1}{9}-s(n),\ \dfrac{1}{9}+s(n)\right]$이므로

$s(n)=1.96\times\sqrt{\dfrac{\frac{1}{9}\times\frac{8}{9}}{n}}=1.96\times\dfrac{\sqrt{8}}{9\sqrt{n}}$ 이다.

이 때, $1.96\times\dfrac{\sqrt{8}}{9\sqrt{n}}=\dfrac{50}{81}\times1.96\times\dfrac{3}{100}$ 이므로

$\sqrt{n}=6\sqrt{8}$

$\therefore\ n=36\times8=288$

298) 답 225

모비율 p에 대한 신뢰구간

$$\left[\hat{p}-1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{300}},\ \hat{p}+1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{300}}\right]$$

이 때, 주어진 신뢰구간이 $[0.701,\ 0.799]$ 이므로

신뢰구간의 양끝 값을 더하면

$2\hat{p}=0.701+0.799$

$\therefore\ \hat{p}=0.75$

300명의 학생 중에서 오전 8시 이전에 등교한 학생수를 X라 하면 $\hat{p}=\dfrac{X}{300}$ 이므로 $\dfrac{X}{300}=0.75$

$\therefore\ X=225$